

# 第 18 届上海大学程序设计联赛春季赛

## 试题分析

上海大学程序设计集训队

2020 年 4 月 18 日



# 通过情况

	通过人数	提交次数	首次通过
A	376	798	0:01
B	289	879	0:09
C	312	609	0:04
D	172	423	0:24
E	291	1059	0:03
F	217	856	0:48
G	1	25	4:59
H	3	117	1:21
I	1	7	3:14
J	0	8	N/A
K	0	6	N/A
L	4	14	1:50



# Problem A. 组队比赛

难度：★

最短裁判代码：76B (Python3)

最短选手代码：82B (Python3)



# Problem A. 组队比赛

难度：★

最短裁判代码：76B (Python3)

最短选手代码：82B (Python3)

- 可以证明，最强的和最弱的组队时，实力差距最小。



# Problem A. 组队比赛

难度：★

最短裁判代码：76B (Python3)

最短选手代码：82B (Python3)

- 可以证明，最强的和最弱的组队时，实力差距最小。
- 可以使用排序，也可以直接枚举所有可能的组队方式。



# Problem A. 组队比赛

难度：★

最短裁判代码：76B (Python3)

最短选手代码：82B (Python3)

- 可以证明，最强的和最弱的组队时，实力差距最小。
- 可以使用排序，也可以直接枚举所有可能的组队方式。
- 复杂度： $O(1)$



## Problem B. 每日一报

难度：★★

最短裁判代码：793B (C++)

最短选手代码：225B (Python3)



## Problem B. 每日一报

难度：★★

最短裁判代码：793B (C++)

最短选手代码：225B (Python3)

- 多关键字排序，正确设计和实现结构体和排序的比较函数即可。





## Problem B. 每日一报

难度：★★

最短裁判代码：793B (C++)

最短选手代码：225B (Python3)

- 多关键字排序，正确设计和实现结构体和排序的比较函数即可。
- 鼓励每一位同学会手写至少一种复杂度为  $O(n \log n)$  的排序算法。



## Problem B. 每日一报

难度：★★

最短裁判代码：793B (C++)

最短选手代码：225B (Python3)

- 多关键字排序，正确设计和实现结构体和排序的比较函数即可。
- 鼓励每一位同学会手写至少一种复杂度为  $O(n \log n)$  的排序算法。
- 鼓励每一位同学学会调用至少一种语言中内置的排序算法。



## Problem B. 每日一报

难度：★★

最短裁判代码：793B (C++)

最短选手代码：225B (Python3)

- 多关键字排序，正确设计和实现结构体和排序的比较函数即可。
- 鼓励每一位同学会手写至少一种复杂度为  $O(n \log n)$  的排序算法。
- 鼓励每一位同学学会调用至少一种语言中内置的排序算法。
- 复杂度： $O(n \log n)$  或  $O(n^2)$



## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)



## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)

- 这是一道脑筋急转弯。



## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)

- 这是一道脑筋急转弯。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  相同时，是找不到非公共子序列的，答案为  $-1$ 。



## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)

- 这是一道脑筋急转弯。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  相同时，是找不到非公共子序列的，答案为  $-1$ 。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  不同的时，我们发现：



## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)

- 这是一道脑筋急转弯。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  相同时，是找不到非公共子序列的，答案为  $-1$ 。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  不同的时，我们发现：
  - 如果  $s_1$  和  $s_2$  长度不同，那么较长的一定是两者的非公共子序列；





## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)

- 这是一道脑筋急转弯。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  相同时，是找不到非公共子序列的，答案为  $-1$ 。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  不同的时，我们发现：
  - 如果  $s_1$  和  $s_2$  长度不同，那么较长的一定是两者的非公共子序列；
  - 如果  $s_1$  和  $s_2$  长度相同，那么两者都是彼此的非公共子序列。



## Problem C. 最长非公共子序列

难度：★

最短裁判代码：69B (Python3)

最短选手代码：78B (Python3)

- 这是一道脑筋急转弯。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  相同时，是找不到非公共子序列的，答案为  $-1$ 。
- 当  $s_1$  和  $s_2$  不同的时，我们发现：
  - 如果  $s_1$  和  $s_2$  长度不同，那么较长的一定是两者的非公共子序列；
  - 如果  $s_1$  和  $s_2$  长度相同，那么两者都是彼此的非公共子序列。
- 复杂度： $O(n)$



## Problem D. 最大字符集

难度：★★

最短裁判代码：197B (Python3)

最短选手代码：188B (Python3)



## Problem D. 最大字符集

难度：★★

最短裁判代码：197B (Python3)

最短选手代码：188B (Python3)

- 当  $n \geq 3$  时，我们可以构造一种答案为  $n - 1$  的方案：

11

101

1001

10001

100001

...



## Problem D. 最大字符集

难度：★★

最短裁判代码：197B (Python3)

最短选手代码：188B (Python3)

- 当  $n \geq 3$  时，我们可以构造一种答案为  $n - 1$  的方案：

11

101

1001

10001

100001

...

- 并且我们可以证明在  $n \geq 3$  时不存在答案为  $n$  的方案。



## Problem D. 最大字符集

难度：★★

最短裁判代码：197B (Python3)

最短选手代码：188B (Python3)

- 当  $n \geq 3$  时，我们可以构造一种答案为  $n - 1$  的方案：

11

101

1001

10001

100001

...

- 并且我们可以证明在  $n \geq 3$  时不存在答案为  $n$  的方案。
- 同时需要特判  $n \leq 2$  的情况。



## Problem E. 美味的序列

难度：★

最短裁判代码：87B (Python3)

最短选手代码：90B (Python3)



## Problem E. 美味的序列

难度：★

最短裁判代码：87B (Python3)

最短选手代码：90B (Python3)

- 吃的顺序根本不会影响最后的答案。





## Problem E. 美味的序列

难度：★

最短裁判代码：87B (Python3)

最短选手代码：90B (Python3)

- 吃的顺序根本不会影响最后的答案。
- 因为不论怎么吃，美味度的减少总是一个以 0 为首项，1 为公差，长度为  $n$  的等差数列。



## Problem E. 美味的序列

难度：★

最短裁判代码：87B (Python3)

最短选手代码：90B (Python3)

- 吃的顺序根本不会影响最后的答案。
- 因为不论怎么吃，美味度的减少总是一个以 0 为首项，1 为公差，长度为  $n$  的等差数列。
- 答案为：
$$\sum_{i=1}^n a_i - i$$



## Problem E. 美味的序列

难度：★

最短裁判代码：87B (Python3)

最短选手代码：90B (Python3)

- 吃的顺序根本不会影响最后的答案。
- 因为不论怎么吃，美味度的减少总是一个以 0 为首项，1 为公差，长度为  $n$  的等差数列。
- 答案为：
$$\sum_{i=1}^n a_i - i$$
- 注意数据范围，不要溢出。



## Problem E. 美味的序列

难度：★

最短裁判代码：87B (Python3)

最短选手代码：90B (Python3)

- 吃的顺序根本不会影响最后的答案。
- 因为不论怎么吃，美味度的减少总是一个以 0 为首项，1 为公差，长度为  $n$  的等差数列。
- 答案为：
$$\sum_{i=1}^n a_i - i$$
- 注意数据范围，不要溢出。
- 复杂度： $O(n)$



## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)



## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)

- 注意到  $365 \equiv 1 \pmod{7}$ 。



## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)

- 注意到  $365 \equiv 1 \pmod{7}$ 。
- 可以发现每年五月的第二个周日是在一个日期范围内，并且每年变化 1 天（闰年除外）。



## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)

- 注意到  $365 \equiv 1 \pmod{7}$ 。
- 可以发现每年五月的第二个周日是在一个日期范围内，并且每年变化 1 天（闰年除外）。
- 预处理所有时间范围内的母亲节和父亲节的日期即可。





## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)

- 注意到  $365 \equiv 1 \pmod{7}$ 。
- 可以发现每年五月的第二个周日是在一个日期范围内，并且每年变化 1 天（闰年除外）。
- 预处理所有时间范围内的母亲节和父亲节的日期即可。
- 也可以使用个别语言标准库内自带的日期类。



## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)

- 注意到  $365 \equiv 1 \pmod{7}$ 。
- 可以发现每年五月的第二个周日是在一个日期范围内，并且每年变化 1 天（闰年除外）。
- 预处理所有时间范围内的母亲节和父亲节的日期即可。
- 也可以使用个别语言标准库内自带的日期类。
- 注意不要将 21st 错写成 21th，以及 2100 年不是闰年。



## Problem F. 日期小助手

难度：★★★

最短裁判代码：1816B (C++)

最短选手代码：798B (C)

- 注意到  $365 \equiv 1 \pmod{7}$ 。
- 可以发现每年五月的第二个周日是在一个日期范围内，并且每年变化 1 天（闰年除外）。
- 预处理所有时间范围内的母亲节和父亲节的日期即可。
- 也可以使用个别语言标准库内自带的日期类。
- 注意不要将 21st 错写成 21th，以及 2100 年不是闰年。
- 本题并不会出现 21st 以外以 st 结尾的日期，以及除 5 月和 6 月之外的月份，而这些情况均在已在样例中给出。



# Problem G. 血压游戏

难度：★★★★

最短裁判代码：2540B (C++)

最短选手代码：1628B (C++)



## Problem G. 血压游戏

难度：★★★★

最短裁判代码：2540B (C++)

最短选手代码：1628B (C++)

注意到每层之间是互不影响的，可以分别处理。



# Problem G. 血压游戏

## 做法一

- 对于每种深度，我们只需要关心它们两两的 LCA，总点数是同阶的。



# Problem G. 血压游戏

## 做法一

- 对于每种深度，我们只需要关心它们两两的 LCA，总点数是同阶的。
- 将同一深度的点拿出来建虚树，DFS 一遍统计答案即可。



# Problem G. 血压游戏

## 做法一

- 对于每种深度，我们只需要关心它们两两的 LCA，总点数是同阶的。
- 将同一深度的点拿出来建虚树，DFS 一遍统计答案即可。
- 复杂度： $O(n \log n)$





# Problem G. 血压游戏

## 做法二

- 考虑用  $f_{i,j}$  记录以  $i$  号节点为根，深度为  $j$  的节点的答案。



# Problem G. 血压游戏

## 做法二

- 考虑用  $f_{i,j}$  记录以  $i$  号节点为根，深度为  $j$  的节点的答案。
- 没有  $-1$  操作的时候是动态开  $f$  数组启发式合并的经典问题。



# Problem G. 血压游戏

## 做法二

- 考虑用  $f_{i,j}$  记录以  $i$  号节点为根，深度为  $j$  的节点的答案。
- 没有  $-1$  操作的时候是动态开  $f$  数组启发式合并的经典问题。
- 注意到  $-1$  操作可以叠加执行，我们只要在  $f$  数组上加懒惰标记，那么这样就只需要在需要做更新操作的时候再做即可。



# Problem G. 血压游戏

## 做法二

- 考虑用  $f_{i,j}$  记录以  $i$  号节点为根，深度为  $j$  的节点的答案。
- 没有  $-1$  操作的时候是动态开  $f$  数组启发式合并的经典问题。
- 注意到  $-1$  操作可以叠加执行，我们只要在  $f$  数组上加懒惰标记，那么这样就只需要在需要做更新操作的时候再做即可。
- 由于同一层节点只会在他们的 LCA 处被合并一次，所以复杂度为： $O(n)$



# Problem H. 纸牌游戏

难度：★★★

最短裁判代码：1999B (C++)

最短选手代码：868B (C++)



## Problem H. 纸牌游戏

难度：★★★

最短裁判代码：1999B (C++)

最短选手代码：868B (C++)

显然有一个贪心逐位确定的做法。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;





# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod 3$  ;



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod{3}$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod{3}$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。
  - 否则最多存在两种余数, 然后分类讨论:



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod 3$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。
  - 否则最多存在两种余数, 然后分类讨论:
    - 当余下的是 1 和 2 两种余数时, 我们先算出  $s_1 + s_2 - k$  的值  $x$  , 当  $x$  大于 1 时返回 True;



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod 3$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。
  - 否则最多存在两种余数, 然后分类讨论:
    - 当余下的是 1 和 2 两种余数时, 我们先算出  $s_1 + s_2 - k$  的值  $x$  , 当  $x$  大于 1 时返回 True;
    - 否则计算  $s_1 + 2s_2 + 1$  与  $s_1 + 2s_2 + 2$  是否与  $m$  模 3 同余即可。





# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod{3}$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。
  - 否则最多存在两种余数, 然后分类讨论:
    - 当余下的是 1 和 2 两种余数时, 我们先算出  $s_1 + s_2 - k$  的值  $x$  , 当  $x$  大于 1 时返回 True;
    - 否则计算  $s_1 + 2s_2 + 1$  与  $s_1 + 2s_2 + 2$  是否与  $m$  模 3 同余即可。
  - 其他情况类比上述做法。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod{3}$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。
  - 否则最多存在两种余数, 然后分类讨论:
    - 当余下的是 1 和 2 两种余数时, 我们先算出  $s_1 + s_2 - k$  的值  $x$  , 当  $x$  大于 1 时返回 True;
    - 否则计算  $s_1 + 2s_2 + 1$  与  $s_1 + 2s_2 + 2$  是否与  $m$  模 3 同余即可。
  - 其他情况类比上述做法。
- 也有其它类似的讨论方法。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法一

- 逐位确定的 check 方法如下：
  - 设当前剩下的位中模 3 为 0, 1, 2 的个数为  $s_0, s_1, s_2$  ;
  - 当前还需要的位数是  $k$  , 需要在剩下的位中得到的余数为  $m$  。
  - 先令  $s_i = \min(s_i, k)$  ;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 < k$  , 返回 False;
    - 如果  $s_0 + s_1 + s_2 = k$  , 则直接判断  $s_1 + 2s_2 \equiv m \pmod{3}$  ;
    - 如果  $s_0 \cdot s_1 \cdot s_2 \neq 0$  , 则返回 True。
  - 否则最多存在两种余数, 然后分类讨论:
    - 当余下的是 1 和 2 两种余数时, 我们先算出  $s_1 + s_2 - k$  的值  $x$  , 当  $x$  大于 1 时返回 True;
    - 否则计算  $s_1 + 2s_2 + 1$  与  $s_1 + 2s_2 + 2$  是否与  $m$  模 3 同余即可。
  - 其他情况类比上述做法。
- 也有其它类似的讨论方法。
- 复杂度:  $O(n)$



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法二

- 从贪心的角度来考虑，肯定是大的数取得越多越好。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法二

- 从贪心的角度来考虑，肯定是大的数取得越多越好。
- 这对之后的影响只有余数的变化，而余数只有  $0, 1, 2$  三种取值。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法二

- 从贪心的角度来考虑，肯定是大的数取得越多越好。
- 这对之后的影响只有余数的变化，而余数只有  $0, 1, 2$  三种取值。
- 假设当前数取的上限为  $x$ ，我们只需要考虑  $x - 2, x - 1, x$  最多三种情况。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法二

- 从贪心的角度来考虑，肯定是大的数取得越多越好。
- 这对之后的影响只有余数的变化，而余数只有  $0, 1, 2$  三种取值。
- 假设当前数取的上限为  $x$ ，我们只需要考虑  $x - 2, x - 1, x$  最多三种情况。
- DFS 递归搜索即可。



# Problem H. 纸牌游戏

## 做法二

- 从贪心的角度来考虑，肯定是大的数取得越多越好。
- 这对之后的影响只有余数的变化，而余数只有  $0, 1, 2$  三种取值。
- 假设当前数取的上限为  $x$ ，我们只需要考虑  $x - 2, x - 1, x$  最多三种情况。
- DFS 递归搜索即可。
- 复杂度： $O(3^9 + n)$





# Problem I. 古老的打字机

难度：★★★★

最短裁判代码：524B (Python3)

最短选手代码：1166B (C++)



# Problem I. 古老的打字机

难度：★★★

最短裁判代码：524B (Python3)

最短选手代码：1166B (C++)

- 根据期望的线性性，考虑分开计算每个串的价值期望，再求和。



# Problem I. 古老的打字机

难度：★★★

最短裁判代码：524B (Python3)

最短选手代码：1166B (C++)

- 根据期望的线性性，考虑分开计算每个串的价值期望，再求和。
- 注意到长度相同的串打出的概率是相同的，因此打出串的期望和给定的串的内容无关。



# Problem I. 古老的打字机

难度：★★★

最短裁判代码：524B (Python3)

最短选手代码：1166B (C++)

- 根据期望的线性性，考虑分开计算每个串的价值的期望，再求和。
- 注意到长度相同的串打出的概率是相同的，因此打出串的期望和给定的串的内容无关。
- 对于一个长度为  $x$  的串，它在  $s_i$  的期望价值也可以通过期望的线性性计算，即考虑每个匹配位置的贡献：

$$\begin{cases} v_i \cdot (x - |s_i| + 1) \cdot 26^{x-|s_i|} & x \leq |s_i| \\ 0 & x > |s_i| \end{cases}$$



## Problem I. 古老的打字机 (续)

- 枚举打出的长度，根据期望的定义计算  $s_i$  对  $t$  的期望。



## Problem I. 古老的打字机 (续)

- 枚举打出的长度，根据期望的定义计算  $s_i$  对  $t$  的期望。
- 这里我们需要得到在敲了  $m$  次得到长度为  $x$  的串的概率，这可以通过一个二维的 DP 来计算。



# Problem I. 古老的打字机 (续)

- 枚举打出的长度，根据期望的定义计算  $s_i$  对  $t$  的期望。
- 这里我们需要得到在敲了  $m$  次得到长度为  $x$  的串的概率，这可以通过一个二维的 DP 来计算。
- $f_{i,j}$  表示敲了  $i$  次得到长度为  $j$  的方案数，转移显然。



# Problem I. 古老的打字机 (续)

- 枚举打出的长度，根据期望的定义计算  $s_i$  对  $t$  的期望。
- 这里我们需要得到在敲了  $m$  次得到长度为  $x$  的串的概率，这可以通过一个二维的 DP 来计算。
- $f_{i,j}$  表示敲了  $i$  次得到长度为  $j$  的方案数，转移显然。
- 复杂度:  $O(m^2 + \sum |s_i|)$





# Problem J. 能到达吗

难度：★★★★★

最短裁判代码：3704B (C++)

最短选手代码：N/A



# Problem J. 能到达吗

难度：★★★★★

最短裁判代码：3704B (C++)

最短选手代码：N/A

- 可以发现图中的联通块的数量为  $O(k)$ 。



# Problem J. 能到达吗

难度：★★★★★

最短裁判代码：3704B (C++)

最短选手代码：N/A

- 可以发现图中的联通块的数量为  $O(k)$  。
- 我们把每一行中相邻的两个障碍物之间的空地看成一个连通块。



# Problem J. 能到达吗

难度：★★★★★

最短裁判代码：3704B (C++)

最短选手代码：N/A

- 可以发现图中的联通块的数量为  $O(k)$ 。
- 我们把每一行中相邻的两个障碍物之间的空地看成一个连通块。
- 通过双指针找出上一行中和当前这个联通块相交的连通块，然后并查集即可。



# Problem J. 能到达吗

难度：★★★★★

最短裁判代码：3704B (C++)

最短选手代码：N/A

- 可以发现图中的联通块的数量为  $O(k)$ 。
- 我们把每一行中相邻的两个障碍物之间的空地看成一个连通块。
- 通过双指针找出上一行中和当前这个联通块相交的连通块，然后并查集即可。
- 对于一个大小为  $x$  的联通块，对答案的贡献为  $\binom{x}{1} + \binom{x}{2}$ 。



# Problem J. 能到达吗

难度：★★★★★

最短裁判代码：3704B (C++)

最短选手代码：N/A

- 可以发现图中的联通块的数量为  $O(k)$ 。
- 我们把每一行中相邻的两个障碍物之间的空地看成一个连通块。
- 通过双指针找出上一行中和当前这个联通块相交的连通块，然后并查集即可。
- 对于一个大小为  $x$  的联通块，对答案的贡献为  $\binom{x}{1} + \binom{x}{2}$ 。
- 复杂度： $O(k \log k)$



# Problem K. 迷宫

难度：★★★★★

最短裁判代码：3066B (C++)

最短选手代码：N/A



# Problem K. 迷宫

难度：★★★★★

最短裁判代码：3066B (C++)

最短选手代码：N/A

- 分别从起点和终点进行 BFS 得到从起点出发到此处的最短路  $s_{i,j}$  和此处到终点的最短路  $t_{i,j}$ 。





# Problem K. 迷宫

难度：★★★★★

最短裁判代码：3066B (C++)

最短选手代码：N/A

- 分别从起点和终点进行 BFS 得到从起点出发到此处的最短路  $s_{i,j}$  和此处到终点的最短路  $t_{i,j}$ 。
- 由于“切比雪夫距离”的约束为一个正方形，因此，对于一个固定的点，我们可以穿越到达的点一定在一个正方形内。



# Problem K. 迷宫

难度：★★★★★

最短裁判代码：3066B (C++)

最短选手代码：N/A

- 分别从起点和终点进行 BFS 得到从起点出发到此处的最短路  $s_{i,j}$  和此处到终点的最短路  $t_{i,j}$ 。
- 由于“切比雪夫距离”的约束为一个正方形，因此，对于一个固定的点，我们可以穿越到达的点一定在一个正方形内。
- 问题就转化为对于每个起点能到达的点  $(i_1, j_1)$ ，求它所覆盖的正方形范围的最小的  $t_{i_2, j_2}$ 。



# Problem K. 迷宫

难度：★★★★★

最短裁判代码：3066B (C++)

最短选手代码：N/A

- 分别从起点和终点进行 BFS 得到从起点出发到此处的最短路  $s_{i,j}$  和此处到终点的最短路  $t_{i,j}$ 。
- 由于“切比雪夫距离”的约束为一个正方形，因此，对于一个固定的点，我们可以穿越到达的点一定在一个正方形内。
- 问题就转化为对于每个起点能到达的点  $(i_1, j_1)$ ，求它所覆盖的正方形范围的最小的  $t_{i_2, j_2}$ 。
- 所需步骤为  $s_{i_1, j_1} + 1 + t_{i_2, j_2}$ 。



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。
  - 这是经典的滑动窗口最小值的二维版本，用单调队列做两次就好了。



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。
  - 这是经典的滑动窗口最小值的二维版本，用单调队列做两次就好了。
  - 当然你用一维的 ST 表做两次可能也是可以的。



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。
  - 这是经典的滑动窗口最小值的二维版本，用单调队列做两次就好了。
  - 当然你用一维的 ST 表做两次可能也是可以的。
- 至于输出方案，写就完事了……





## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。
  - 这是经典的滑动窗口最小值的二维版本，用单调队列做两次就好了。
  - 当然你用一维的 ST 表做两次可能也是可以的。
- 至于输出方案，写就完事了……
- 注意可能需要特殊处理的不使用穿越的情况。



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。
  - 这是经典的滑动窗口最小值的二维版本，用单调队列做两次就好了。
  - 当然你用一维的 ST 表做两次可能也是可以的。
- 至于输出方案，写就完事了……
- 注意可能需要特殊处理的不使用穿越的情况。
- 对不使用穿越进行特判，或者观察到结论：当且仅当  $d = 0$  时不使用穿越。



## Problem K. 迷宫 (续)

- 如何求正方形内的最小值？
  - 二维 ST 表是开不下的。
  - 这是经典的滑动窗口最小值的二维版本，用单调队列做两次就好了。
  - 当然你用一维的 ST 表做两次可能也是可以的。
- 至于输出方案，写就完事了……
- 注意可能需要特殊处理的不使用穿越的情况。
- 对不使用穿越进行特判，或者观察到结论：当且仅当  $d = 0$  时不使用穿越。
- 复杂度： $O(nm)$



## Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)



## Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)

- 二分答案。



# Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)

- 二分答案。
- 一周的每一天对应一个点，每个事件对应一个点。事件往对应的天连边，每一天都有一个次数的限制。



# Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)

- 二分答案。
- 一周的每一天对应一个点，每个事件对应一个点。事件往对应的天连边，每一天都有一个次数的限制。
- 二分图匹配或最大流检查是否满足条件。



# Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)

- 二分答案。
- 一周的每一天对应一个点，每个事件对应一个点。事件往对应的天连边，每一天都有一个次数的限制。
- 二分图匹配或最大流检查是否满足条件。
- 注意估算二分上界。





# Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)

- 二分答案。
- 一周的每一天对应一个点，每个事件对应一个点。事件往对应的天连边，每一天都有一个次数的限制。
- 二分图匹配或最大流检查是否满足条件。
- 注意估算二分上界。
- 也可以根据 Hall 定理直接判断是否存在完备匹配。



# Problem L. 动物森友会

难度：★★★

最短裁判代码：2771B (C++)

最短选手代码：504B (C++)

- 二分答案。
- 一周的每一天对应一个点，每个事件对应一个点。事件往对应的天连边，每一天都有一个次数的限制。
- 二分图匹配或最大流检查是否满足条件。
- 注意估算二分上界。
- 也可以根据 Hall 定理直接判断是否存在完备匹配。
- 复杂度：  $O(\log(\sum c_i) \maxflow(n + 7, 7n))$  或  $O(\log(\sum c_i) \max\{2^7, n\})$



# 谢谢观看

