应用光学

基本定律和成像条件

第一节
几何光学基本定律及原理

第二节
成像的基本概念与完善成像条件

重点
1. 几何光学的基本定律
2. 全反射现象及条件
3. 成像的基本概念
4. 完善成像的条件

难点
1. 费马原理
2. 物像的虚实

几何光学基本定律及原理

光波：一定波长范围(1 mm ~ 10 nm)内的电磁波　可见光：**400~760 nm**

点光源：**无任何尺寸**，在空间只有几何位置的光源

光线：传输光能的**有方向**的几何线，光线是波面的法线

波面：与所有光线垂直的曲面，有球面波、平面波、任意曲面波

光束：与波面对应的法线（光线）的集合

光程：光在某种介质中的光程，等于相同时间内光在真空中经过的几何路程 ($s = ct$)

> 只要光经过不同介质中的**传播时间相同，则光程相同**；在任意两个波面之间的所有光线，光程相同

- 同心光束：由**同一个发光点**发出或相交于同一点的一束光线

  > 两个物像同心光束波面之间的光程相等

- 平行光束：发光点位于**无穷远**
- 像散光束：既不相交于一点，又不平行的光线集合

几何光学的基本定律：

- 直线传播定律：在**各向同性均匀**介质中，光沿直线传播
- 反射定律：（1）反射光线位于入射光线和法线所决定的平面；（2）反射角与入射角绝对值相等，**符号相反**，$I'' = -I$

  > 反射：光传播到两种不同介质的分界面上，一部分光返回原介质

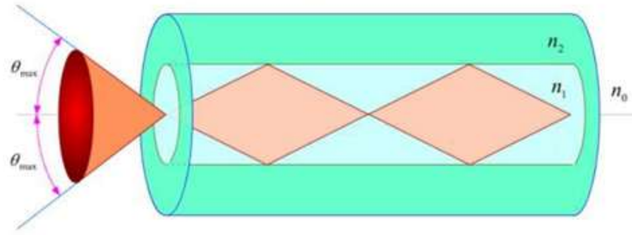
- 折射定律：（1）折射光线位于入射光线和法线所决定的平面；（2）折射角正弦值与入射角正弦值之比，仅由两种介质的性质决定　$n' \sin I' = n \sin I$

  > 折射：光传播到两种不同介质的分界面上，一部分光进入另一种介质
  >
  > 空气折射率**随大气层高度增大而逐渐减小**，越接近地面折射越强，因此下部的边缘光线比上部边缘光线折射的更厉害，下缘比上缘抬高更多，导致太阳呈扁椭圆
  >
  > 绝对折射率：真空中的光速和煤质中光速之比；相对折射率（玻璃对水 举例）：$n_{glass-water} = \dfrac{n_{glass}}{n_{water}} = \dfrac{v_{water}}{v_{glass}}$

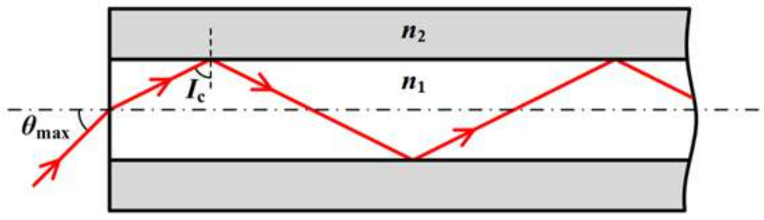
- 光路可逆
- 全反射：光从光密介质（n 大）入射到光疏介质（n 小）界面，当入射角I大于临界角 I_c时，光全部反射回原介质 $\sin I_c = \dfrac{n'}{n}$
- 反射定律可看作折射定律的特殊情况($n' = -n$)

全反射的应用：光纤传输(n_0为1时可以直接计算$\sin\theta_{max}$)

$$\mathrm{NA}=n_0\sin\theta_{\max}=\sqrt{n_1^2-n_2^2}$$



设光纤芯层的折射率 **n1 = 1.75**，包层的折射率 **n2 = 1.50**，试求在光纤端面上入射角在何值范围内变化时，可以保证光线在光纤内发生全反射



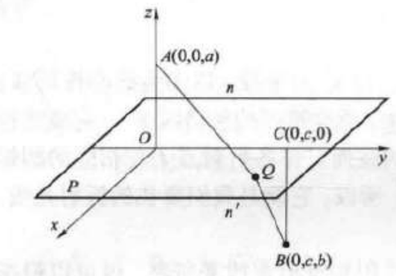
$$\sin\theta_{\max}=\sqrt{n_1^2-n_2^2}=\sqrt{1.75^2-1.50^2}\approx 0.90$$

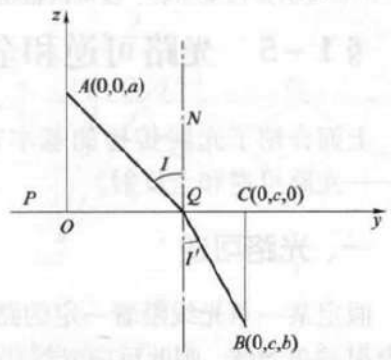
$$\theta\le\theta_{\max}\approx 64.34°$$

费马原理：光总沿着光程为**极值**（**极大、极小或者常量**）的路径传播 ；费马原理是光线传播规律的另一种表达，也是光线传播规律的高度总结和概括；

证明光沿直线传播（两点之间直线最短），折射定律(入射，折射，法线同一平面)，反射定律

注意点：设的时候AB设在一个平面上，Q设为(x,y,0)，A(0,0,a)，B(0,c,b)





计算由 A 点经过平面 P 上任意一点 $Q(x,y,0)$ 到达 B 点的光程，得到：

$$\mathscr{L}=n\cdot\overline{AQ}+n'\cdot\overline{QB}=n\cdot\sqrt{x^2+y^2+a^2}+n'\cdot\sqrt{x^2+(c-y)^2+b^2}$$

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial x}=0;\ \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial y}=0$$

根据以上两个条件即可确定实际光线的位置，根据第一个条件，由 $\mathscr{L}$ 对 x 求偏导数得：

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial x}=\frac{nx}{\sqrt{x^2+y^2+a^2}}+\frac{n'x}{\sqrt{x^2+(c-y)^2+b^2}}=0$$

由上式求解得：$x=0$。即 Q 点必须位在 y 轴上，这就是说$\overline{AQ}$和$\overline{QB}$都应在 yz 坐标面内，Q 点的法线显然也位于该平面内，由此得出折射定律的第一个内容：入射光线、折射光线和法线位于同一平面内。

根据第二个条件：由 $\mathscr{L}$ 对 y 求偏导数得：

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial y}=\frac{ny}{\sqrt{x^2+y^2+a^2}}-\frac{n'(c-y)}{\sqrt{x^2+(c-y)^2+b^2}}=0$$

由第一个条件得到 $x=0$，实际光线位于 yz 坐标面内，因此下面的讨论限制在 yz 坐标面

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial y}=\frac{ny}{\sqrt{y^2+a^2}}-\frac{n'(c-y)}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}=0$$

设$\overline{AQ}$和法线$\overline{QN}$之间的夹角为 I，$\overline{QB}$和$\overline{QN}$之间的夹角为 I'，由图 1－13 得到：

$$\sin I=\frac{y}{\sqrt{y^2+a^2}};\ \sin I'=\frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}$$

将以上关系代入$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial y}=0$ 公式得：

$$n\sin I-n'\sin I'=0 \text{ 或 } n\sin I=n'\sin I'$$

这样根据光程为极值的第二个条件，又导出了折射定律的第二个内容。

上面是折射的情形，对于反射的情形，A 点和 B 点位于同一种介质内，相当于上面折射的公式中 $n'=n$，同时 B 点位于平面 P 的上方。但光程 $\mathscr{L}$ 的公式不变

$$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial y}=\frac{ny}{\sqrt{y^2+a^2}}-\frac{n(c-y)}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}=0$$

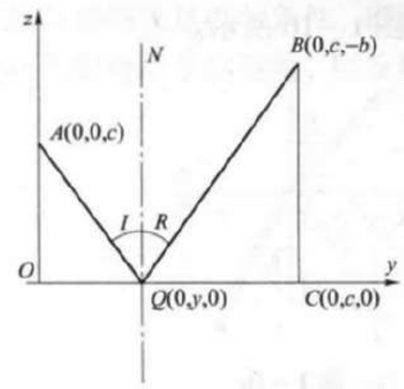
设$\overline{AQ}$和$\overline{QN}$之间的夹角为 I，$\overline{QB}$和$\overline{QN}$之间的夹角为 R，如图 1－14 所示。由图 1－14 得到：

$$\sin I=\frac{y}{\sqrt{y^2+a^2}};\ \sin R=\frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2+b^2}}$$

将以上关系代入$\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial y}=0$ 的公式得到：

$$n\sin I-n\sin R=0 \text{ 或者 } I=R$$

由此得到了反射定律的第二个内容：入射角等于反射角。



成像的基本概念与完善成像条件

- **光学系统**
  - **分类**

1. 按介质分界面形状划分

球面系统—— 光学元件表面均为球面

非球面系统

2. 按有无对称轴划分

共轴系统—— 各元件曲率中心在同一直线上

非共轴系统

共轴球面系统

成像：物点发出的同心光束经光学系统以后，变为另一束同心光束会聚于像点

共轭：对于一个光学系统，某一位置上的物会在一个相应的位置成一个清晰的像， 物与像是一一对应的

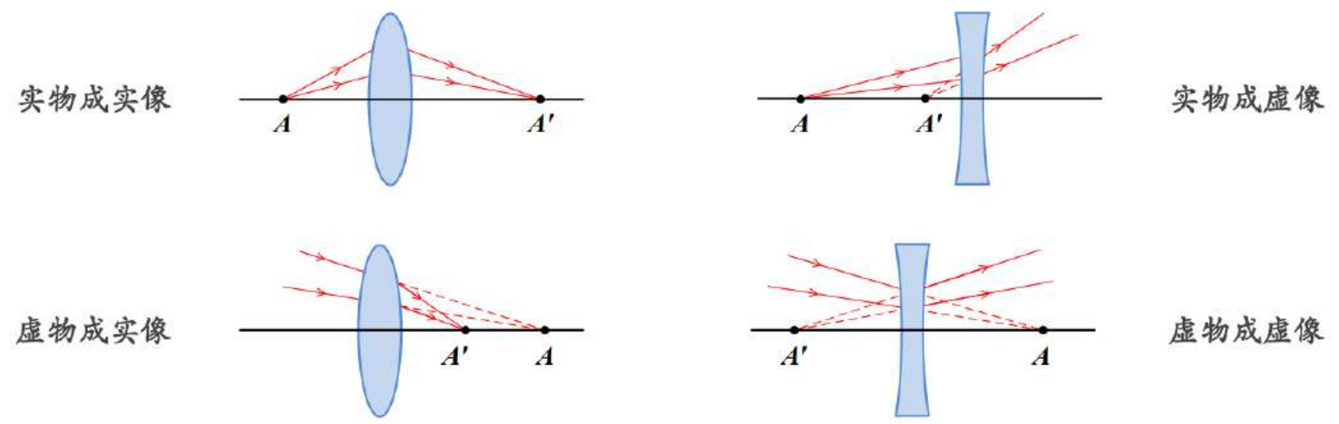
如果一个物体经过多个光学系统成像，**前面光学系统所成的像即为后一个光学系统的物**

物、像的虚实：物：反向实，前进虚；像：前进实，反向虚

> **对负透镜，实物不能成实像**；正透镜都可以两两对应

光学系统第一个（最后一个）曲面之前（后）的空间为实物（像）空间，之后（前）的空间为虚物（像）空间

实	虚
实物点：实际入射光线的交点	虚物点：入射光线顺着**前进方向的延长线的交点**
实物：**自己发光的物体**，或者被照明后发光的物体	虚物：不能人为设定，是**前一系统所成的像被当前系统截取得到的**
实像点：实际**出射光线的交点**	虚像点：出射光线**反向延长线的交点**
实像：由实际光线成的像	虚像：由折/反射光线的反向延长线相交所得的像



完善像：**每一个物点对应于唯一的一个像点，该像点称为完善像点**；物体上每个点经过光学系统后所成完善像点的集合就是该物经过光学
系统后所成的完善像

完善成像的条件：

- 入射波面为球面波时，出射波面也为球面波 (平面波也是球面波)；

> 平面波经过光学系统后仍为平面波；平面波经过光学系统后变成球面波；球面波经过光学系统后变成平面波

- 入射光为同心光束时，出射光也为同心光束 (理由：球面波对应于同心光束)；
- 物点及其像点间两条任意光路的光程相同；

共轴球面系统的物像关系

重点

1. 符号规则
2. 共轴理想系统的基点、基面
3. 理想光学系统物像关系
4. 理想光学系统组合

难点

1. 符号规则
2. 作图法、解析法求像

符号规则

符号规则：(**图上标注的值带符号后都是正值**)

线段：从左到右为正；计算起点：r、L、L'、l、l'、d以球面顶点为计算起点（x：焦点到物点）

角度：锐角，顺时针转动为正（光轴>光线>法线）

u、u'、φ ——光轴为起始轴;

i、i' —— 以光线为起始轴

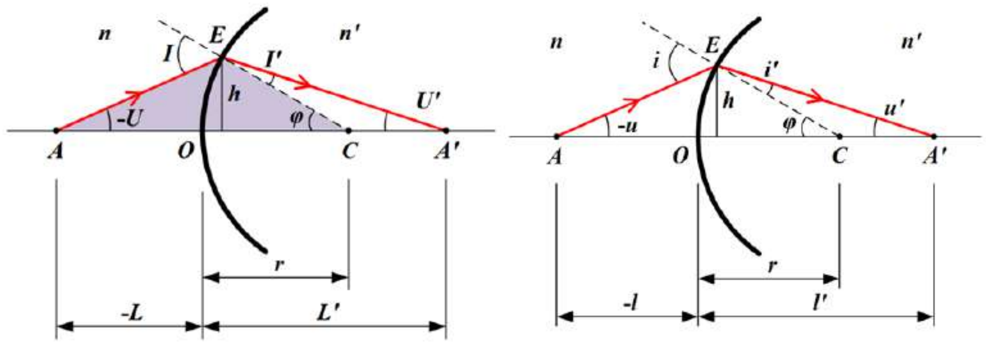
近轴光学基本公式

孔径角 U 很小 (< 5°)，物点发出的光线都在光轴附近很小区域内，这个区域称为近轴区，近轴区内的光线称为近轴光线

应用光学近轴光学公式计算出来的像有什么意义：

> **近轴光学公式计算得到的像可作为光学设计初步计算结果，可作为像质评价的标准；用它近似表示实际光学系统所成像的位置和大小**

缺点：近轴区域光束太细(u小) 进入系统的能量太弱，成像太暗；视场很小(y小)不能反映全貌；只对细光束成完善像的系统没有实用价值



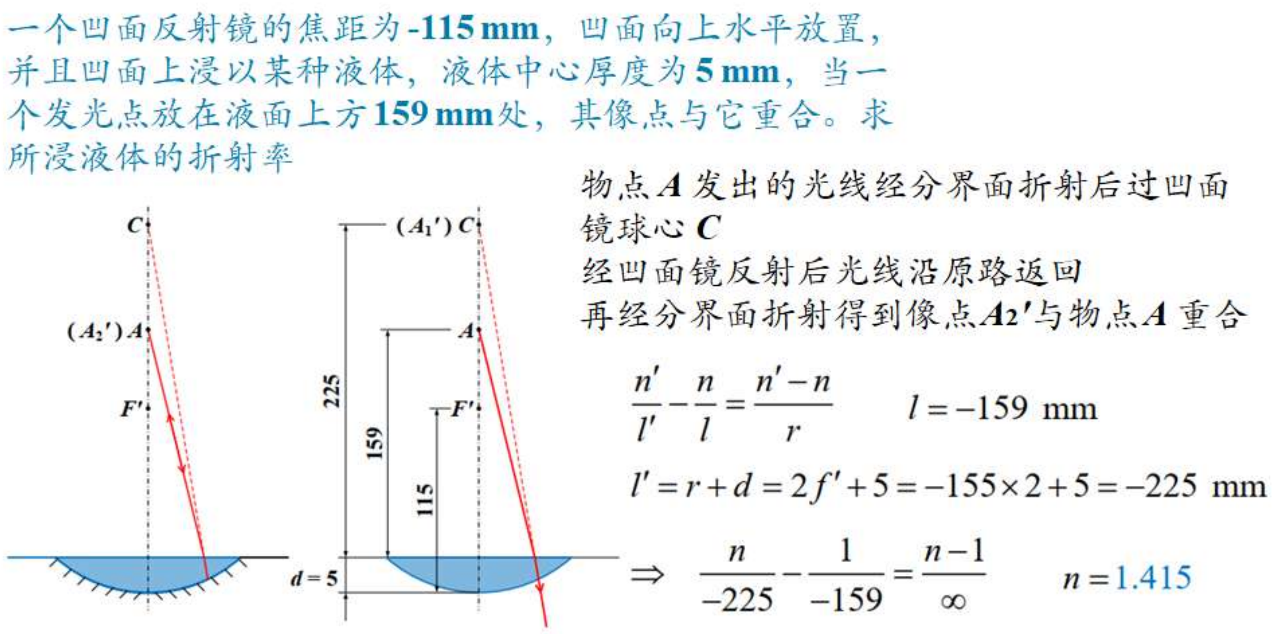
公式组变化：

$$\begin{cases} \sin I = \dfrac{L-r}{r}\sin U & (1) \\ \sin I' = \dfrac{n}{n'}\sin I & (2) \\ U' = U + I - I' & (3) \\ L' = r\left(1 + \dfrac{\sin I'}{\sin U'}\right) & (4) \\ U_2 = U_1', \quad L_2 = L_1' - d_1 & (5) \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} i = \dfrac{l-r}{r}u & (6) \\ i' = \dfrac{n}{n'}i & (7) \\ u' = u + i - i' & (8) \\ l' = r\left(1 + \dfrac{i'}{u'}\right) & (9) \\ u_2 = u_1', \quad l_2 = l_1' - d_1 & (10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = lu = l'u' \\ \varphi = \dfrac{h}{r} = u + i = u' + i' \\ ni = n'i' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} n'u' - nu = (n'-n)\dfrac{h}{r} & (11)\text{孔径角之间的关系} \\ \dfrac{n'}{l'} - \dfrac{n}{l} = \dfrac{n'-n}{r} & (12)\text{物像位置关系} \\ n'\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{l'}\right) = n\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{l}\right) = Q & (13)\text{阿贝不变量，}Q \end{cases}$$

(12)说明对于给定的 l 值，不论 u为何值，l'均为定值，共轭点位置是确定的

若对于反射的情况视$n' = -n$，将(12)式变为$\dfrac{1}{l'} + \dfrac{1}{l} = \dfrac{2}{r}$



光学系统

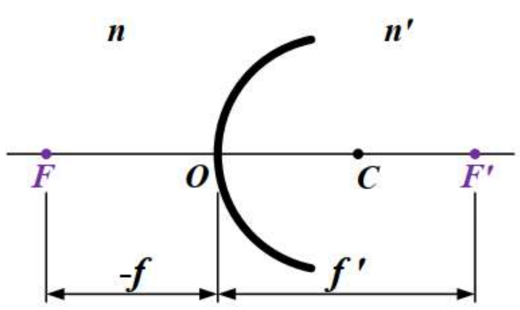
一个单透镜可以看成薄透镜主要在于$r_2 - r_1$的绝对值比顶点距离d要大得多。

单个折射球面

单个折射球面**节点位于球心**，不与主点重合，**主点位于O处**；

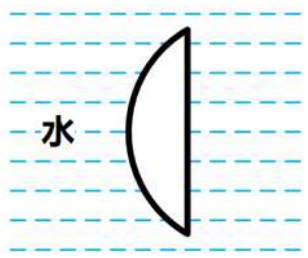
球面的两个主点与球面顶点重合

> 证明：满足$\dfrac{n'}{l'} - \dfrac{n}{l} = \dfrac{n'-n}{r} \quad \beta = \dfrac{nl'}{n'l} = 1 \rightarrow n'l - nl' = \dfrac{n'-n}{r}ll' = 0 \rightarrow l = l' = 0$



$$\begin{cases} \dfrac{n'}{l'} - \dfrac{n}{l} = \dfrac{n'-n}{r} \\ l = f \quad (l' = \infty) \\ l = \infty \quad (l' = f') \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f = -\dfrac{nr}{n'-n} \\ f' = \dfrac{n'r}{n'-n} \end{cases}$$

如图所示，用一曲率半径为200 mm的球面玻璃和一平面玻璃黏合成空气透镜并浸于水中。设玻璃壁厚可忽略，水和空气的折射率分别为4/3和1，求此浸于水中的透镜的焦距f'，并判断此透镜对于光束起会聚作用还是发散作用。



$$n_0 = \frac{4}{3},\ n_L = 1,\ r_1 = 200,\ r_2 = \infty$$

$$\Rightarrow f' = \frac{1}{\left(\frac{1}{4/3} - 1\right)\left(\frac{1}{200} - \frac{1}{\infty}\right)} = -800\ \text{mm}$$ **发散作用**

单个折射球面焦距

$$f_1 = -\frac{n_0 r_1}{n_L - n_0},\quad f_1' = \frac{n_L r_1}{n_L - n_0},\quad f_2 = \frac{n_L r_2}{n_L - n_0},\quad f_2' = -\frac{n_0 r_2}{n_L - n_0}$$

$$\Delta = d - f_1' + f_2 = \frac{n_L(r_2 - r_1) + (n_L - n_0)d}{n_L - n_0}$$

薄透镜焦距

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = \frac{n_0 n_L r_1 r_2}{(n_L - n_0)\left[n_L(r_2 - r_1) + (n_L - n_0)d\right]} = \frac{1}{\left(\frac{n_L}{n_0} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$

凸透镜：

u<f	u=f	f<u<2f	u=2f	u>2f
正立放大虚像	不成像	倒立放大实像	倒立等大实像	倒立缩小实像

凹透镜：当物体为实物时，成正立、缩小的虚像，像和物在透镜的同侧

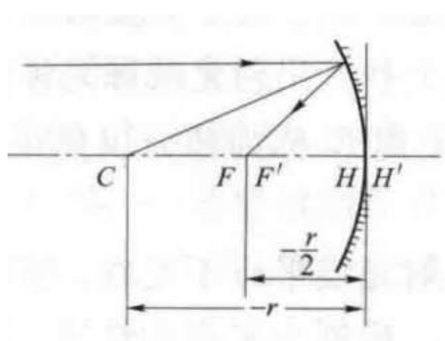
物体为虚物时：

u<f	u=f	f<u<2f	u=2f	u>2f
正立、放大的实像，同侧	成像于无穷远	倒立、放大的虚像，异侧	倒立、等大的虚像，异侧	倒立、缩小的虚像，异侧

单个反射球面

凹透镜反射镜，在顶点到焦点之间成虚像；在焦点到球心之间成实像

绘制光路图时，一条平行线反射过焦点，另一条光线过曲率中心，直接反射



对于反射球面的情况视为$n' = -n$，则$f = f' = r/2$，有$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}$

α 恒为负值：当物体沿光轴移动时，像总以**相反方向**沿轴移动 $\alpha = -\frac{x'}{x}$

> 汽车驾驶室两侧的后视镜为什么要做成凸面，而不做成平面？
>
> 凸面镜成**正立、缩小的虚像**，当观察者离反射镜保持同样距离时，从凸面镜内观察到的景物视场要比从平面镜中观察到的视场宽阔

2. 已知一个前后曲率半径均为 20 mm 的双凸透镜，置于空气中。物 A 位于第一球面前 50 mm 处，第二球面镀反射膜。该透镜所成实像 B 位于第一球面前 5 mm 处。若按薄透镜处理，求该透镜的折射率 n。

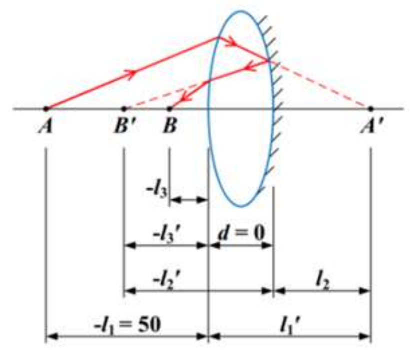
物点 A 经 3 次成像

物点 A 经 r_1 折射成像在 A' 处

$$\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \Rightarrow \frac{n}{l'}-\frac{1}{-50}=\frac{n-1}{20}$$

A' 经 r_2 反射后，成像于 B' 点

$$\left.\begin{matrix} l_2=l_1'-d=l_1' \\ \frac{1}{l'}+\frac{1}{l}=\frac{2}{r} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{1}{l_2'}+\frac{1}{l_1'}=-\frac{1}{10}$$



B' 点再经 r_1 折射成像在 B 点。

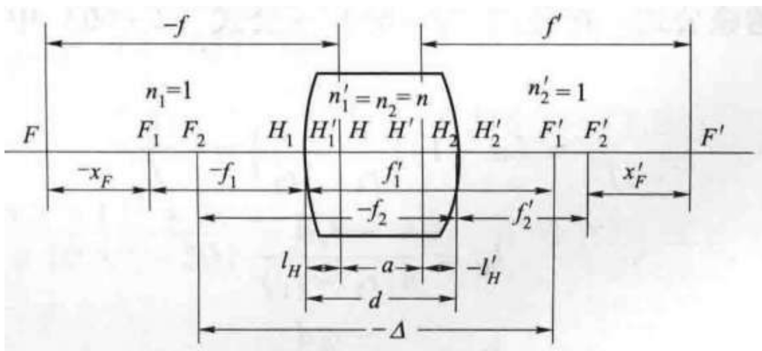
光路可逆，将 B 点视为物，B' 点视为像

$$\left.\begin{matrix} -l_3=d+5=5\ \text{mm} \quad l_3'=l_2' \\ \frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r} \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{l_2'}-\frac{1}{-5}=\frac{n-1}{20}$$

三式联立，解得 $n=1.6$

薄透镜



组合后(外部透射率n相同的情况)：$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+\frac{(n-1)^2d}{nr_1r_2}=-\frac{1}{f}$

求主平面位置，用 l_H 和 l'_H 两个参数表示两个主平面位置

> l_H：以透镜的第一个球面顶点为起点, 计算到物方主点, 由左向右为正;
> l'_H：以透镜的第二个球面顶点为起点, 计算到像方主点, 由左向右为正。

由图可知：$(-x_F)+(-f_1)+l_H=-f \qquad x'_F+f'_2+(-l'_H)=f'$

推出：$l_H=x_F+f_1-f \qquad l'_H=x'_F+f'_2-f'$

将式中各量按前面的公式代人, 并简化, 得

$$l_H=\frac{-r_1d}{n\left(r_2-r_1\right)+(n-1)d}$$
$$l'_H=\frac{-r_2d}{n\left(r_2-r_1\right)+(n-1)d}$$

用 a 表示两个主平面之间的距离 HH'，它的意义和符号规则为：以物方主点 H 为起 点，计算到像方主点 H', 由左向右为正

得到 $l_H+a+(-l'_H)=d$ 或 $a=d-l_H+l'_H$

将上面求得的 l_H 和 l'_H 代人, 并简化, 得

$$a=\frac{d(n-1)\left(r_2-r_1+d\right)}{n\left(r_2-r_1\right)+(n-1)d}$$

对于绝大多数透镜来说，厚度$d<<(r_1-r_2)$，把 d 略去得到**薄透镜公式**(n_L为透镜内部的折射率)

$$\frac{1}{f'}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)=-\frac{1}{f} \qquad l_H=\frac{-r_1d}{n(r_2-r_1)} \qquad l'_H=\frac{-r_2d}{n(r_2-r_1)} \qquad a=\frac{n-1}{n}d$$

光焦度 $\Phi=\frac{1}{f'}=\frac{1}{f'_1}+\frac{1}{f'_2}-\frac{d_1}{f'_1f'_2}=\Phi_1+\Phi_2-d_1\Phi_1\Phi_2$ >0汇聚，<0发散 对于密接薄透镜组 $(d_1=0) \quad \Phi=\Phi_1+\Phi_2$

所以两个光焦度大于0的透镜组合也能组成光焦度小于0的系统；

理想光学系统

定义：能够对任意大物体，以任意宽的光束成完善像的光学系统，也叫高斯光学系统

用1 对主平面 + 2 个焦点表示理想光学系统；

> 当物像间共轭距离 $L>4f'$ 时，保持共轭距离不变的透镜位置有2个（一个放大率大于0，一个小于0）

定义：

基点、基面：

如果已知**两对共轭面的位置和放大率**，或者**一对共轭面的位置和放大率及轴上的两对共轭点位置**，则其他一切物点的像点都可以根据这些已知的共轭面和共轭点表示，这些已知的共轭点和共轭面叫做基点和基面

主平面：$\beta=+1$ 的一对共轭面　主点：平面与光轴的交点称为主点

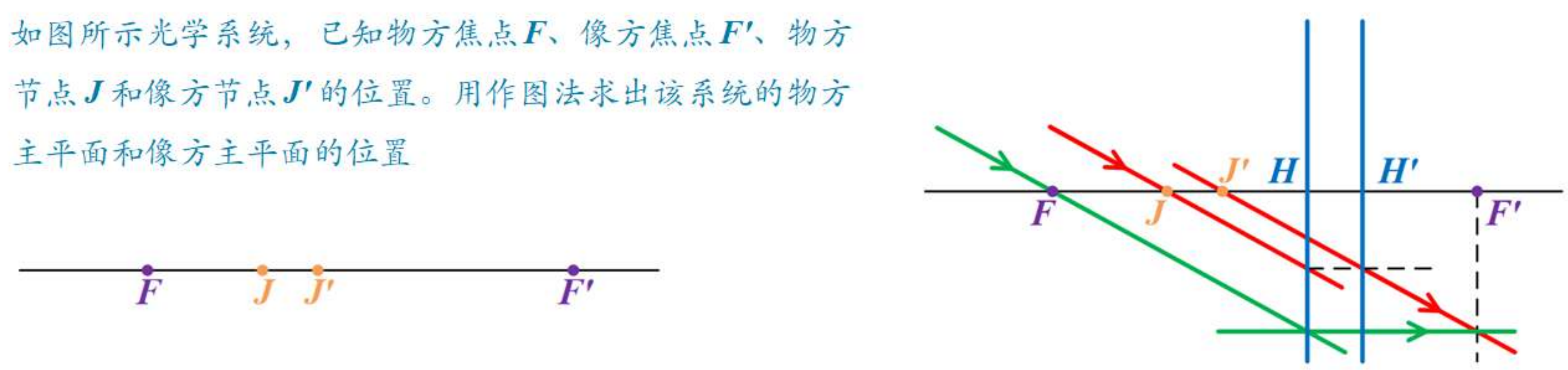
> 对称系统前后透镜两两相同，则可等效于前后两个透镜系统，因此孔径光阑经前透镜所成像（即入瞳），与经后透镜所成像（即出瞳）
> 完全相同。
> 对整个系统而言，**出瞳相对于入瞳的垂轴放大率为 β = +1 且共轭**，即分别位于两主平面。

焦点：无限远的轴上物（像）对应的像（物）点　　焦平面：过焦点的垂轴平面

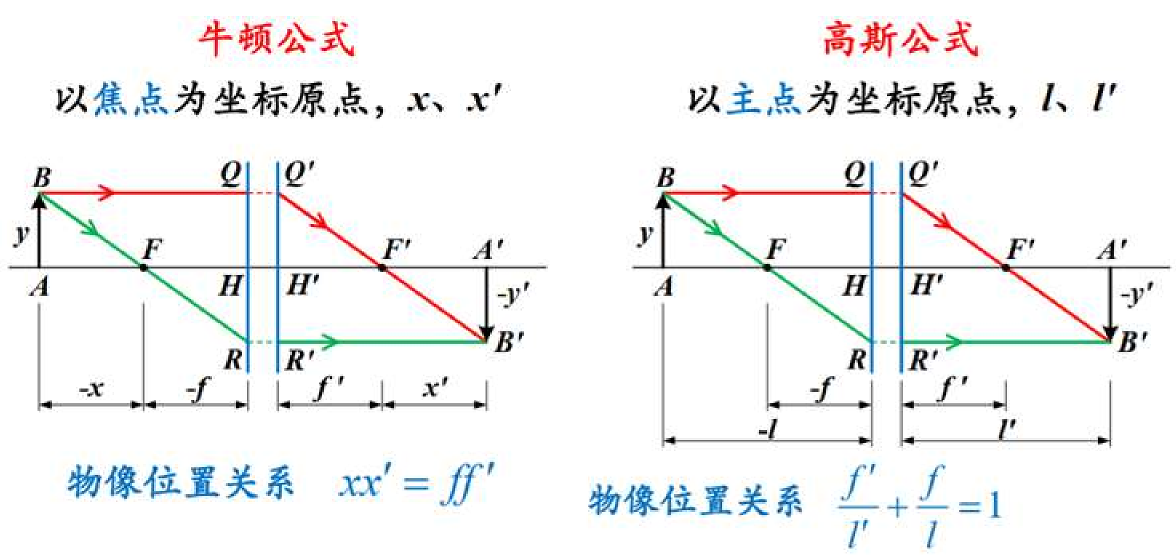
节点：角放大率 $\gamma=+1$ 的一对共轭点　　节平面：过节点的垂轴平面 **过物像方节点且平行的光线为共轭光线**

> ①通过J的入射光线，经系统后出射光线经过J'，且方向不变
>
> ②若光学系统在同一介质中($n=n'$)，则节点与主点重合（可证明）

平行光入射一组透镜，系统绕通过J'（像方节点）的轴摆动，出射光线$J'Q'$的方向和位置不会发生变化



物像关系式：



符号规则

f'、l'、f、l —— 以主点为起点　$f=\dfrac{f_1f_2}{\Delta_1},f'=-\dfrac{f_1'f_2'}{\Delta_1}$

d —— 以H_1'为起点到H_2

x'、x —— 以**焦点**为起点到物/像点位置

x_F'、x_F——以**原焦点**为起点到**组合焦点** $x_F=\dfrac{f_1f_1'}{\Delta_1},x_F'=-\dfrac{f_2f_2'}{\Delta_1}$

x_H',x_H——以**原焦点**为起点到**组合主点**$x_H=x_F-f\quad x_H'=x_F'-f'\quad x_H=\dfrac{f_1\left(f_1'-f_2\right)}{\Delta_1}\quad x_H'=\dfrac{f_2'\left(f_1'-f_2\right)}{\Delta_1}$

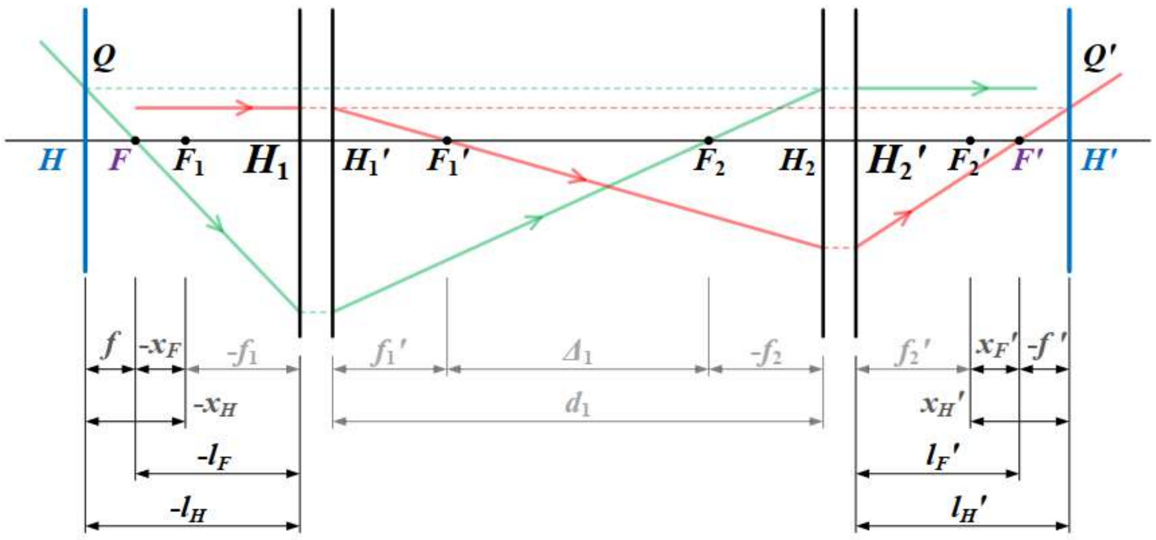
l_F',l_F——以**原主点**为起点到**组合焦点**

$l_F=f_1+x_F=f_1+\dfrac{f_1f_1'}{\Delta_1}=f\left(1+\dfrac{d_1}{f_2}\right)\quad l_F'=f_2'+x_F'=f_2'-\dfrac{f_2f_2'}{\Delta_1}=f'\left(1-\dfrac{d_1}{f_1'}\right)$

l'_H, l_H——以**原主点**为起点到**组合主点** $l_H = l_F - f = -f' \dfrac{d_1}{f_2}$ $\quad l'_H = l'_F - f' = -f' \dfrac{d_1}{f'_1}$

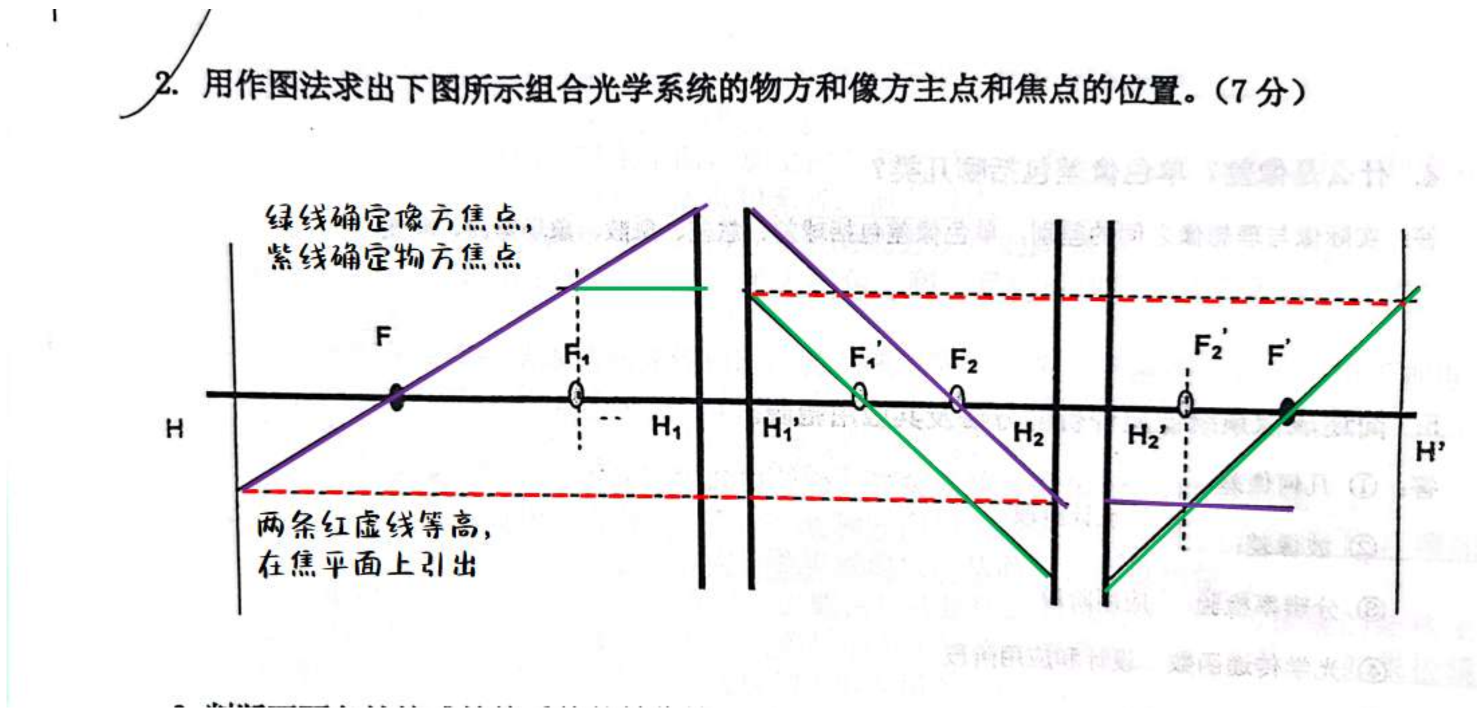
Δ_1——从F'_1到F_2 $\quad \Delta_1 = d_1 - f'_1 + f_2 = d_1 - f'_1 - f'_2$

物像距离=$l' - l + d$ $\quad$ 焦点距离=$f' - f + d$

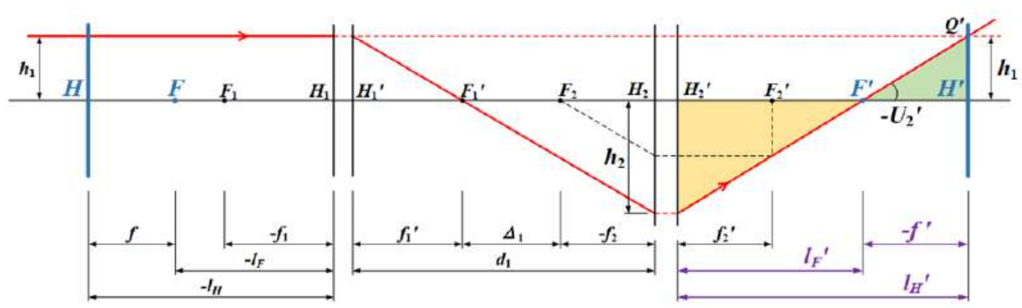


作图法求位置：(出射等高)

平行入射，过1焦点，然后过2焦点等高位置，与原平行线等高位置为主平面

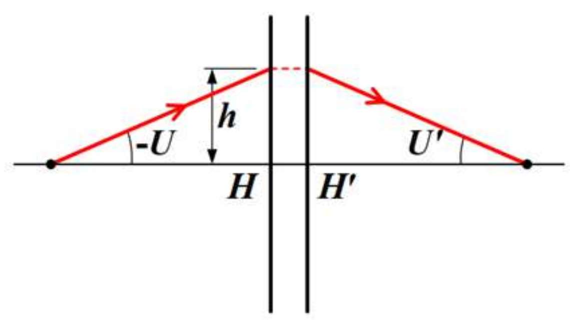


多光组组合等效光学系统



$$f' = \frac{h_1}{\tan U'_k}, \quad l'_F = \frac{h_k}{\tan U'_k}, \quad l'_H = l'_F - f'$$

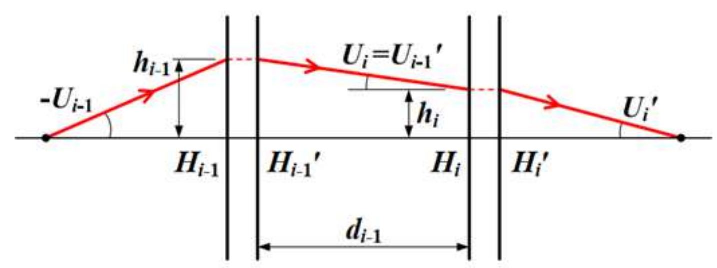
正切计算法：（基本思路）



$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{l'} - \frac{h}{l} = \frac{h}{f'}$$

$$\Rightarrow \tan U' = \tan U + \frac{h}{f'}$$

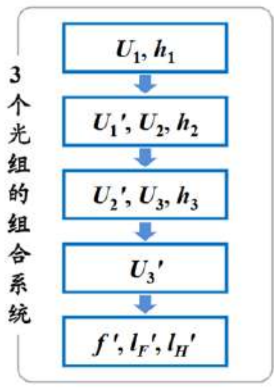


$$\begin{cases} l_i = l'_{i-1} - d_{i-1} \\ \tan U_i = \tan U'_{i-1} \end{cases}$$

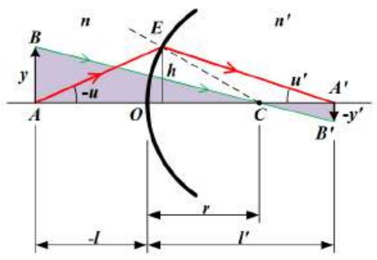
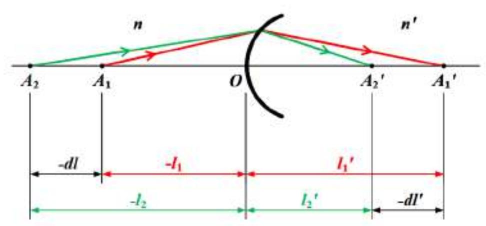
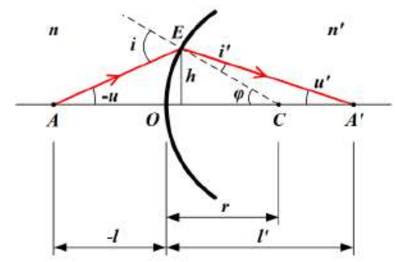
$$\Rightarrow h_i = h_{i-1} - d_{i-1} \tan U'_{i-1}$$

最终公式组合和计算流程图：

$$\begin{cases}\tan U_i = \tan U'_{i-1} = \tan U_{i-1} + \dfrac{h_{i-1}}{f'_{i-1}} \\ h_i = h_{i-1} - d_{i-1}\tan U'_{i-1}\end{cases}$$



放大率

垂轴放大率 β	轴向放大率α　$\alpha\gamma = \beta$	角放大率γ $\beta\gamma = \dfrac{n}{n'}$
		
$\beta = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{f}{x} = -\dfrac{x'}{f'}$ $\beta = \dfrac{n}{n'}\dfrac{l'}{l} = -\dfrac{f}{f'}\dfrac{l'}{l}$	$\alpha = -\dfrac{x'}{x}$ $\alpha = -\dfrac{f}{f'}\dfrac{l^2}{l^2} = \dfrac{nl'^2}{n'l^2}$	$\gamma = \dfrac{u'}{u} = \dfrac{l}{l'} = \dfrac{x}{f'} = \dfrac{f}{x'}$ 唯一与n无关

$$\begin{cases}\beta = \dfrac{y'}{y} = \dfrac{nl'}{n'l} \\ \gamma = \dfrac{u'}{u} = \dfrac{l}{l'}\end{cases} \rightarrow nuy = n'u'y' = J \qquad \begin{cases}fyu = -f'y'u' \\ nyu = n'y'u'\end{cases} \rightarrow \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

J为拉格朗日不变量，值越大系统可能成像的范围越大，可能传递的能量越大，对整个光学系统的每一个面的每一个空间都是不变量

视场越大能量越弱，**增大视场将以牺牲能量为代价**

为了把仪器上的刻度放大 2 倍，在它的上面放一平凸透镜，并让透镜的平面与刻度紧贴。假设刻度与球面顶点距离为 30 mm，玻璃的折射率为 1.5，求凸面的半径大小

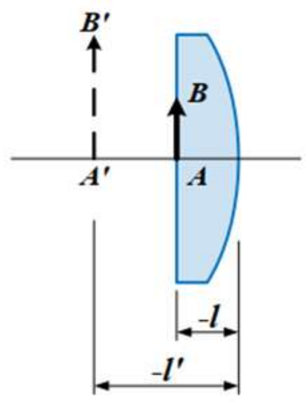
刻度首先经平凸透镜的平面成像，像与物位置重叠、等大同向

此像再经平凸透镜的球面成一正立、放大 2 倍的虚像

$$\beta = -\frac{nl'}{n'l} = -\frac{1.5l'}{-30} = \frac{l'}{20} = -2 \quad \Rightarrow \quad l' = -40 \text{ mm}$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n'-n}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{-40} - \frac{1.5}{-30} = \frac{1-1.5}{r}$$

$$\Rightarrow \quad r = -20 \text{ mm}$$



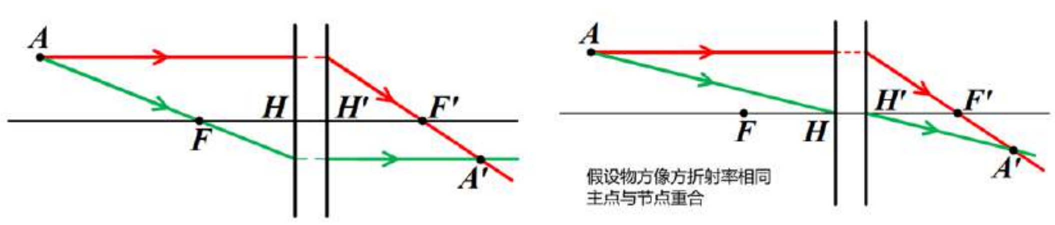
空气的情况

若$n = n' = 1$，则$f' = -f$，放大率$\beta = \dfrac{l'}{l}$ $\beta\gamma = 1$

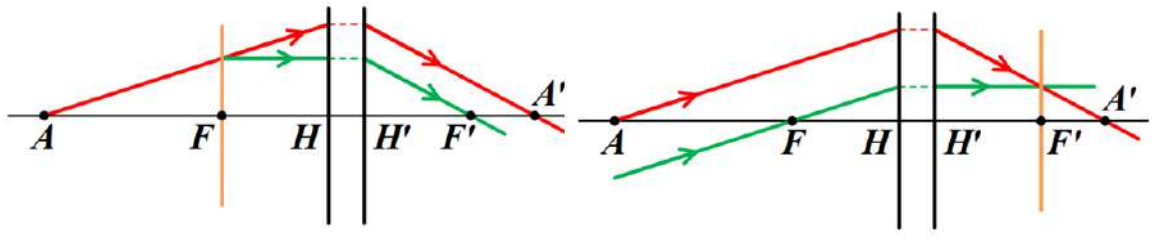
高斯公式$\dfrac{f}{l} + \dfrac{f'}{l'} = 1$转化为$\dfrac{1}{l} - \dfrac{1}{l'} = \dfrac{1}{f}$或$\dfrac{1}{l'} - \dfrac{1}{l} = \dfrac{1}{f'}$ 牛顿公式：$xx' = -f'^2$

图解法求像

轴外点的图解法求像

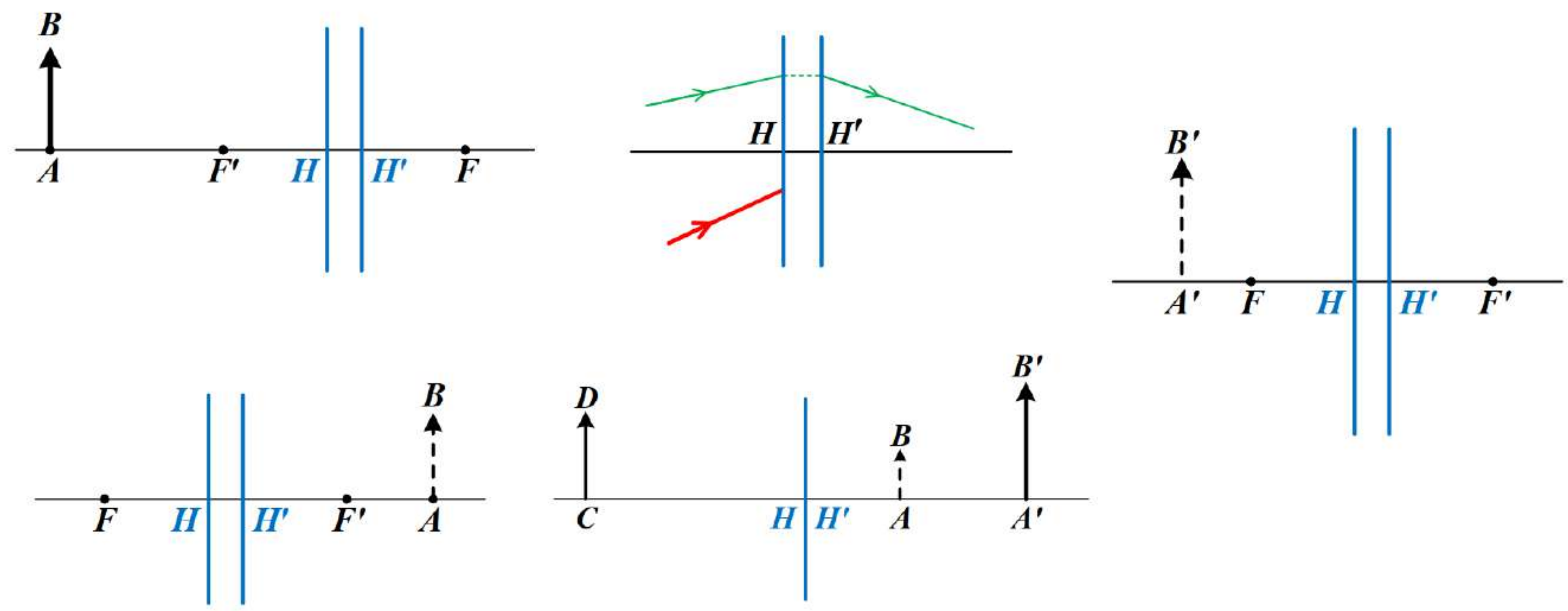


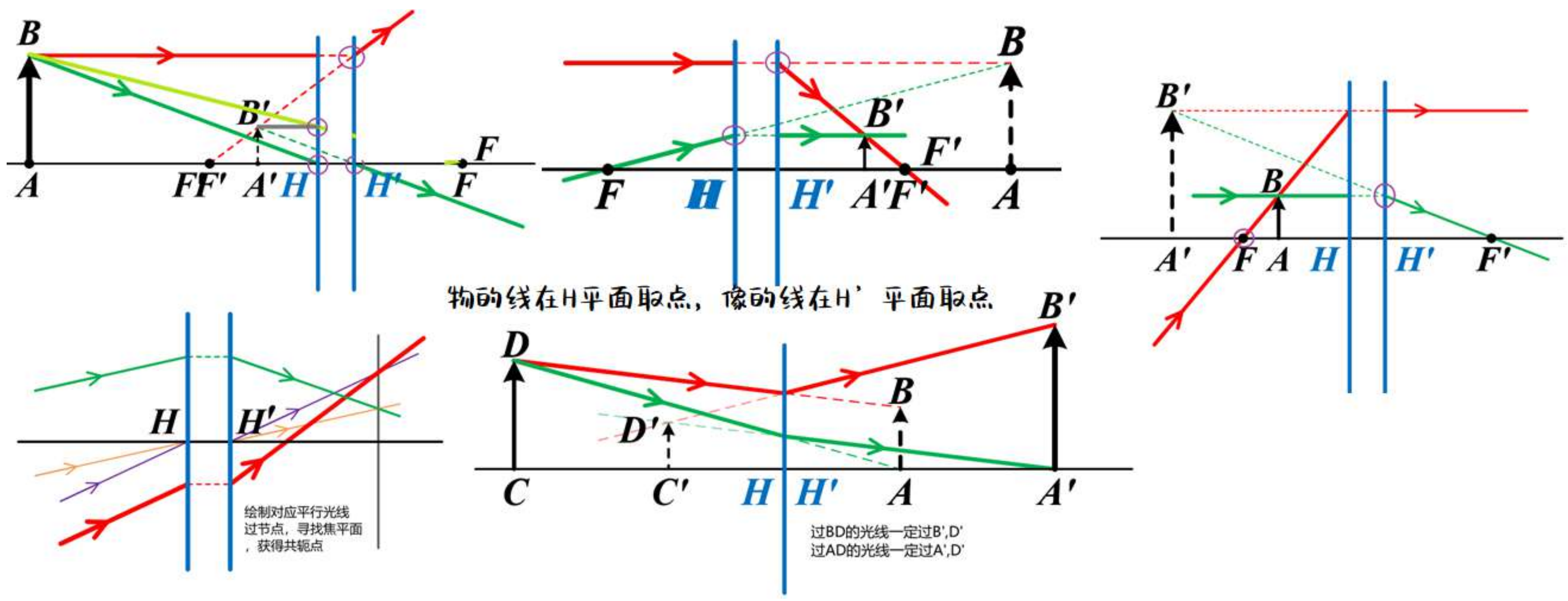
轴上点的图解法求像（平行光线过透镜要交于焦平面上）



例题

一条平行，一条连对应方的焦点，光线交在对应的主平面上绘线，**物连F加平行线，像连F'加平行线**；





平面镜棱镜系统

重点

1. 棱镜的成像性质
2. 棱镜成像方向的确定
3. 平行平板的成像性质

难点

1. 屋脊棱镜
2. 棱镜外形尺寸计算

平面反射镜是唯一能成完善像的光学元件；

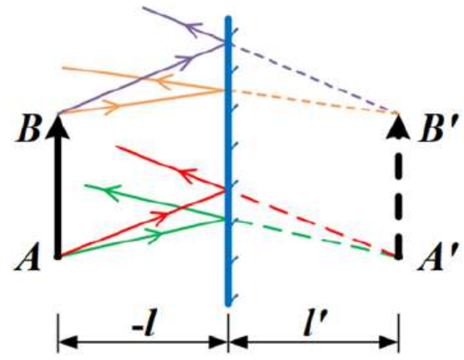
平面镜系统在光学系统中的主要作用是：改变像的方向 —— 转像；改变光轴方向；分色、分光

单平面镜

物、像位于异侧， 等距；像与物等大， 正立， 虚实相反；奇数次反射成镜像，偶数次反射成一致像

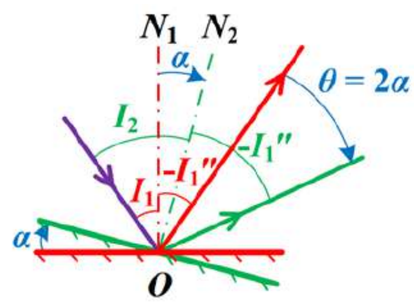
$$\begin{cases}\dfrac{n'}{l'}-\dfrac{n}{l}=\dfrac{n'-n}{r}\\ n'=-n,\quad r\to\infty\end{cases}$$

$$\Rightarrow\quad l'=-l,\quad \beta=-\frac{l'}{l}=1$$



保持入射光方向不变，平面镜转动角度 α，则反射光线将旋转角度 2α，方向与平面镜旋转方向一致

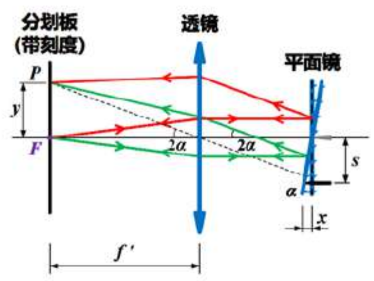
$$\begin{aligned}\theta&=-I_2''+\alpha-\left(-I_1''\right)\\&=I_2+\alpha-I_1\\&=\left(I_1+\alpha\right)+\alpha-I_1\\&=2\alpha\end{aligned}$$



光学杠杆

$$y=f'\tan 2\alpha=2f'\alpha$$

$$\Rightarrow\alpha=\frac{y}{2f'}$$

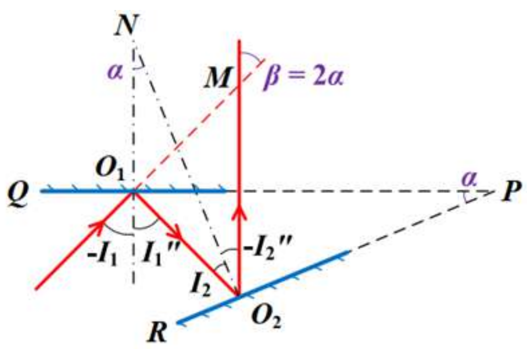


双平面镜

出射、入射光线夹角 β 与入射角I_1无关，只取决于两平面镜的夹角 α

两平面镜保持角度不变同时转动，出射光线方向不变，两平面镜相对转动角度β，出射光线方向转动2β

入射光线方向一定，双平面镜保持 α 角绕棱线转动，出射光线的方向不变



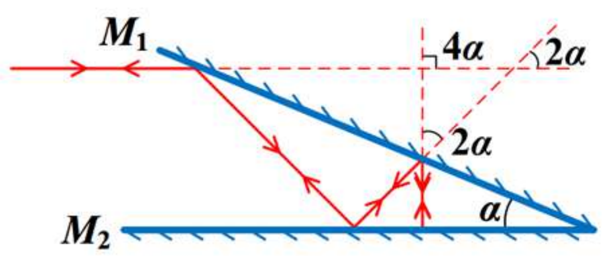
在 $\triangle O_1O_2M$ 中，$\left(-I_1+I_1''\right)=\left(I_2-I_2''\right)+\beta$

根据反射定律，$I_1''=-I_1,\quad I_2''=-I_2$

$$\Rightarrow\quad \beta=2\left(I_1''-I_2\right)=2\alpha$$

多反射问题：（必须是偶数次）

入射光线经 M_1、M_2依次反射 **2** 次后，出射光线相对于入射光线的偏转角度为 **2α**；当经过两个反射面依次反射 **4** 次后，偏转角度为 **4α**；**6** 次反射后，偏转角度为 **6α** …；**2n** 次反射后，偏转角度为 **2nα**



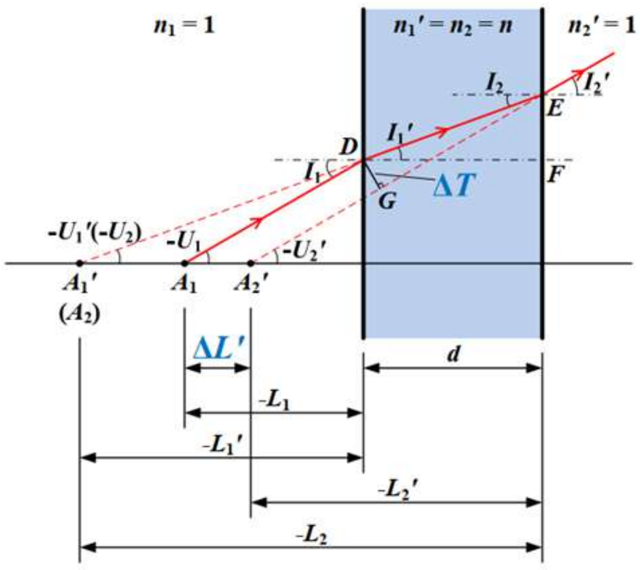
平行平板

定义：由两个相互平行的折射平面组成

相对于入射光线，出射光线发生了侧向位移 ΔT和轴向位移$\Delta L'$，导致**平行平板不能成完善像**

正常情况下记住近轴公式就行，$\Delta l'=d(1-\dfrac{1}{n})$ $\Delta t=d(1-\dfrac{1}{n})i_1$

> 轴向位移恒为正值，即平行平板所成的像总是由物沿光线行进方向移动一个定值，与物体位置及虚实无关；仅移动像平面的位置；



$$\begin{cases}\Delta T = d\sin I_1\left(1-\dfrac{\cos I_1}{n\cos I_1'}\right)\\ \Delta L' = d\left(1-\dfrac{\cos I_1}{n\cos I_1'}\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\Delta t = d\left(1-\dfrac{1}{n}\right)i_1\\ \Delta l' = d\left(1-\dfrac{1}{n}\right)\end{cases}$$

等效厚度：（$e=d-\Delta l'$）介质层的等效厚度$e=\dfrac{d}{n}$

光路计算时平行平板**简化为一个等效空气平板**，最后要减或加变为实际 距离

如图所示为开普勒望远镜系统和斜方棱镜组合而成的望远系统。物镜、目镜的焦距分别为$f_{物}'=160$ mm，$f_{目}'=16$ mm，斜方棱镜入射面到物镜距离为115 mm，轴向（与光轴平行）光束在棱镜上的通光口径$D=22.5$ mm。斜方棱镜展开厚度$L=2D$，$n=1.5$。求目镜离棱镜出射面的距离

没有斜方棱镜，开普勒望远镜物镜与目镜之间间隔为

$f_{物}'+f_{目}'=160+16=176$ mm

斜方棱镜展开后的平行平板厚度为

$L=2D=2\times 22.5=45$ mm

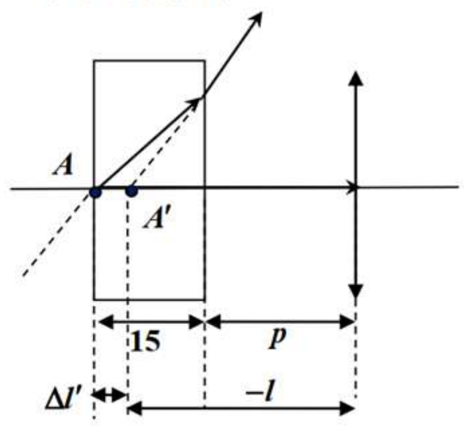
等效空气层厚度为

$e=\dfrac{L}{n}=\dfrac{45}{1.5}=30$ mm

目镜离棱镜出射表面的距离为

$176-115-e=31$ mm

4. 用焦距 f'=250mm 的凸透镜对位于玻璃平板第一面的物体 A 成像，玻璃平板折射率 n=1.5，厚度 d=15mm。若垂轴放大率 β=-0.5，求凸透镜到平板玻璃第二面的距离。凸透镜可视为薄透镜。



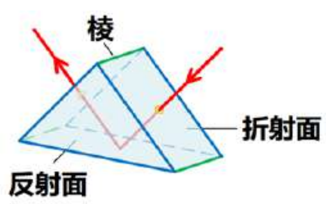
等效空气层厚度 $\bar{d}=\dfrac{d}{n}=\dfrac{15}{1.5}=10$mm

$\beta=-\dfrac{f}{x}=-0.5$，有 $x=-500$mm

$f=-f'=-250$mm，$l=x+f=-750$mm

故 $p=740$mm

反射棱镜



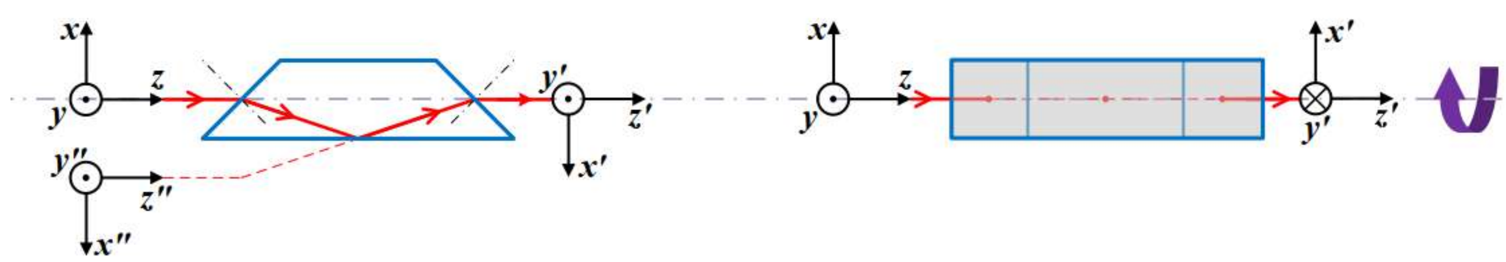
工作面：反射面；折射面：入射面 + 出射面　　棱：工作面之间交线　　主截面：棱镜光轴所在截面，与棱垂直

设计反射棱镜时应使展开后的玻璃板两个表面平行，**目的是保持系统的共轴性**

分类：

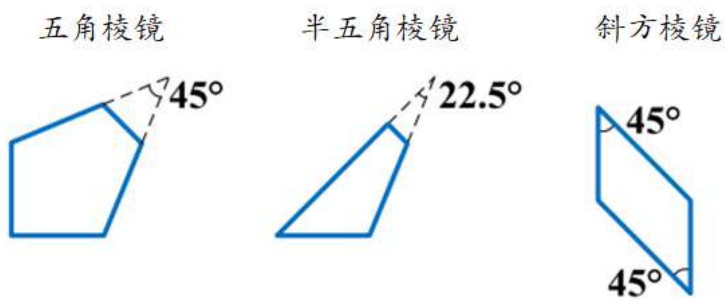
简单棱镜：只有一个主截面，所有工作面与主截面垂直；

1. 一次反射棱镜（单个反射面，与平面镜对应）

> 道威（Dove）棱镜：出射光轴与入射光轴方向不变，棱镜旋转角度 α，像以相同方向旋转角度 2α
>
> 
>

2. 二次反射棱镜（两个反射面，与双平面镜对应）光轴折转角度为两反射面夹角的 2 倍

   一次反射直角棱镜K=1，两次反射直角棱镜K=1，斜方棱镜K=2



屋脊棱镜

屋脊棱镜是反射棱镜的一类，**将普通棱镜的一个反射面用两个相互垂直的反射面代替**

在光学系统中若采用屋脊棱镜，则必须保证**两屋脊面间垂直**，否则会形成**双像**

屋脊棱镜：增加一次反射（**垂直于主截面方向**）（改变垂轴于主截面方向上成像的方向）

> 不增加反射棱镜数量，不改变光轴方向和主截面内成像方向

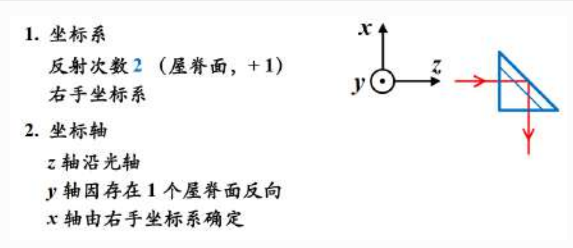
成像方向判断

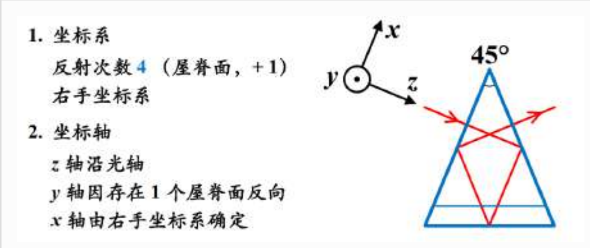
1. 左右手坐标系（旋转性）判定

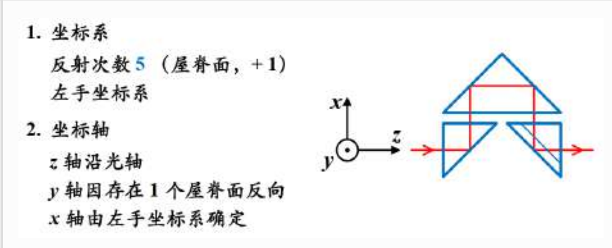
   根据反射次数**奇变偶不变；遇屋脊面，反射次数加 1**

2. 坐标轴（方向）判定

   ① 沿光轴的坐标轴：反射后仍沿光轴
   ② 垂直于主截面的坐标轴： 奇数个屋脊面时方向改变
   ③ 平行于主截面的坐标轴： 根据像坐标系性质判断







棱镜的展开

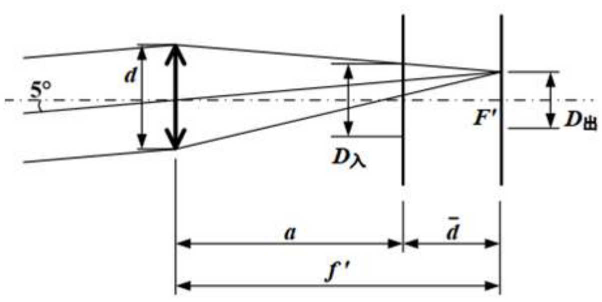
反射棱镜主要起折转光路和转像作用，不考虑棱镜的反射作用，等效于一个平行平板

棱镜光轴长度 —— 棱镜展开后的等效平行平板厚度 L

棱镜结构参数 —— 棱镜**光轴长度 L** 与**棱镜口径 D** 的比值 $K=\dfrac{L}{D}$

一次反射直角棱镜K=1，两次反射直角棱镜K=1，斜方棱镜K=2

某双目望远镜任意一条光路上物镜的通光口径$D_1 = 30\ \text{mm}$，焦距$f' = 120\ \text{mm}$，无渐晕时物方视场角为$2\omega = 10^\circ$。为了能够灵活地调整两条光路之间的目距，在物镜后放置了$n = 1.5$的斜方棱镜。如图所示，加入斜方棱镜后，经过物镜后的成像面位置恰好与棱镜出射面重合，并且像全部落在出射面上。求棱镜的口径 D 以及棱镜入射面与透镜的距离 a。



棱镜展开成平行平板的厚度为 $L = KD = 2D$

等效空气层厚度 $\bar{d} = \dfrac{L}{n} = \dfrac{4D}{3}$

无渐晕时，棱镜出射面对应的口径

$$D_{出} = 2f'\tan 5^\circ \approx 21\ \text{mm}$$

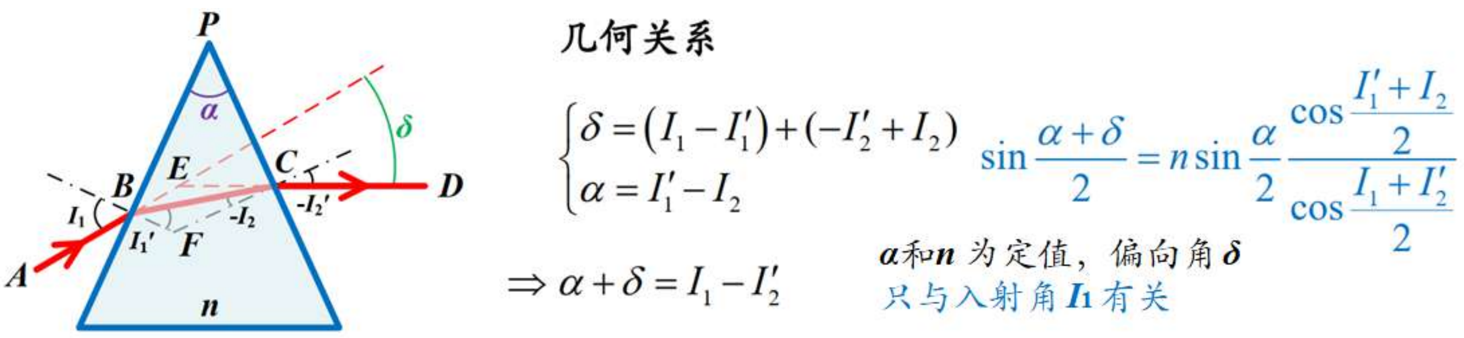
$\because D_{出} < D_1$ $\therefore D_{出} < D_{入}$

棱镜口径 $D = D_{入} = D_{出} + \left(D_1 - D_{出}\right)\dfrac{\bar{d}}{f'} = 21 + 0.1D \Rightarrow D \approx 23.33\ \text{mm}$

棱镜入射面与透镜的距离

$$a = f' - \bar{d} = f' - \frac{4}{3}D \approx 88.89\ \text{mm}$$

折射棱镜

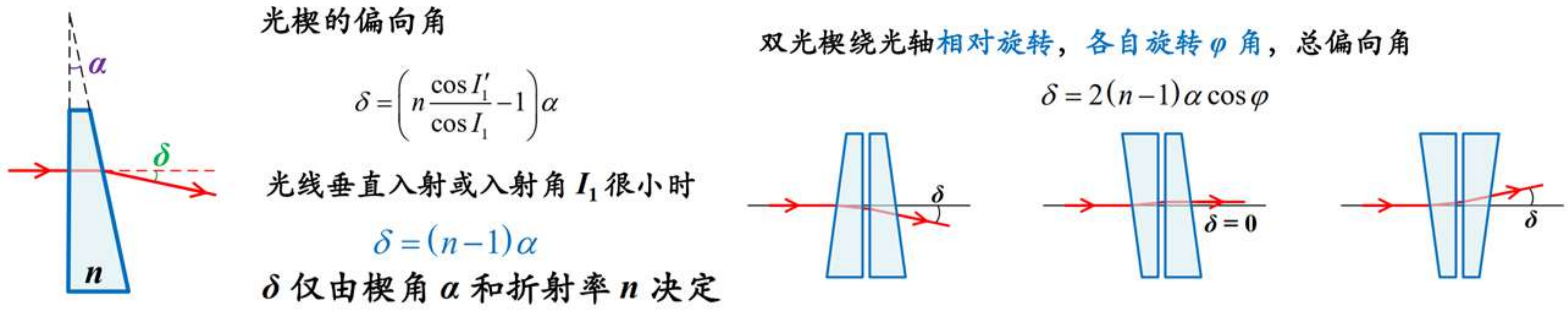


δ是I_1的函数，随I_1的增大逐渐减小，达到极小值后又逐渐增加

最小偏向角：$\frac{d\delta}{dI_1}=0\rightarrow I_1=-I_2', I_1'=-I_2$ 入射出射光线呈镜像对称；得到：$\sin\left[\frac{1}{2}(\alpha+\delta_{\min})\right]=n\sin\frac{\alpha}{2}$

光楔

定义：折射角α很小的折射棱镜



色散

同一介质对于不同波长的光具有不同的折射率；以同一角度入射的不同波长的单色光，偏向角不同，发生色散

用平均折射率 n_D和阿贝常数（或色散系数）v_D表征玻璃光学性能

- 平均折射率 n_D：D光(589.3 nm)的折射率
- **阿贝常数(或色散系数)**：$v_D=(n_D-1)/(n_F-n_C)$ **阿贝常数越大，色散越低**

成像光束的限制

重点

1. 孔径光阑的概念及作用
2. 光瞳的概念及位置确定
3. 视场光阑的概念及作用
4. 远心光路的概念及作用

难点

1. 孔径光阑与视场光阑的区别
2. 渐晕的概念及渐晕光阑的作用
3. 渐晕情况下视场的计算

> 光阑：系统中限制成像光束宽度和成像范围大小的通光孔， 称为光阑（包括物镜，目镜，场镜都是光阑）
>
> 孔径：描述轴上物点成像光束的宽度

孔径光阑(重点)

孔径光阑： 限制**轴上物点**成像光束宽度 与**入射光瞳，出射光瞳共轭**

作用：限制轴上物点成像光束；选择轴外物点参与成像的光束；

> 孔径光阑位置不同，轴外点参与成像的光束不同，通过透镜部位不同；

> 孔径光阑位置决定系统通光口径的大小　孔径光阑位于**透镜上**时，透镜口径最小

主光线：轴外物点发出的通过孔径光阑中心的光线；边缘光线：轴上物点发出的通过孔径光阑边缘的光线

系统孔径光阑的确定：

1. 所有光学元件的**通光孔**分别**通过其前方光学元件**成像到整个系统的**物空间**，确定各自像的位置及大小
2. 物在**有限远**时，所有像中**对轴上物点张角最小**的为系统的入瞳，其对应的通光孔为该系统的孔径光阑

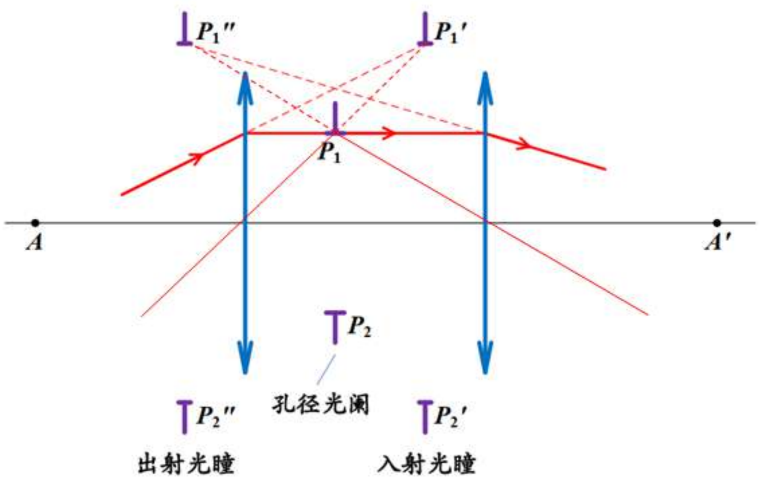
   > 孔径光阑若在透镜后需要先求出孔径光阑对应光瞳的位置再确定张角

   物在**无限远**时，所有像中，**直径最小**者为系统的入瞳，其对应的通光孔径为该系统的孔径光阑

光瞳：**孔径光阑**经系统中其它光学元件所成的像

入射光瞳（入瞳）：孔径光阑经前面的系统所成的像；出射光瞳（出瞳）：孔径光阑经后面的系统所成的像；

> 光瞳的确定：孔径光阑**过透镜中心直线**和**顶部平行线过透镜后过焦点直线**的反向延长线交点）　本质：孔径光阑对透镜成像



孔径光阑、入瞳、出瞳的关系：

1. 出瞳可视为入瞳经过整个光学系统所成的像（入瞳为物，出瞳为像，可用物像位置关系$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$）

   > 计算光瞳直径可利用放大率$|\beta|=|\frac{D_{出}}{D_{入}}|=|\frac{l'}{l}|$ (l', l是入瞳和出瞳距离透镜的距离)

2. 孔径光阑、入瞳、出瞳互为物像**共轭**
3. 孔径光阑、入瞳、出瞳对光束的**限制作用等价**

4. 有一光阑其孔径为 2.5 厘米，位于透镜前 1.5 厘米处，透镜焦距为 3 厘米，孔径 4 厘米。长为 1 厘米的物位于光阑前 6 厘米处

求：(1) 入射光瞳和出射光瞳的位置及大小；

(2) 像的位置，并作图

(1) 假设过光阑边缘点，光线孔径角 $\tan u_1 = 0.5*2.5/6 = 5/24$;

假设过透镜边缘点，光线孔径角 $\tan u_2 = 0.5*4/(6+1.5) = 4/15$;

因为 $\tan u_2 > \tan u_1$，所以：

光阑为空间光阑，且入射光瞳为它本身；光阑通过透镜所成的像为出射光瞳。

已知l =-1.5cm, f' = 3cm；代入$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$，得$l'$=-3cm

又$\beta=\frac{y'}{y}=\frac{l'}{l}=\frac{-3}{-1.5}=2$；$\therefore y'=y\beta=2.5 \times 2=5$cm

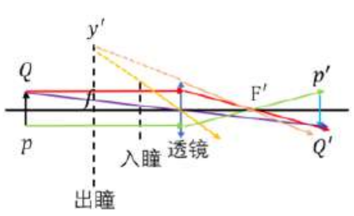
即入射光瞳位于透镜前1.5cm处，孔径为2.5cm

出射光瞳位于透镜3cm处，孔径为5cm

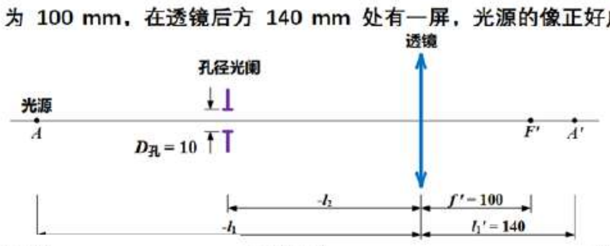
(2) l =-(6+1.5)=-7.5cm, f' = 3cm

代入$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$，得$l'$=5cm

入瞳与出瞳关于透镜共轭



2. 一圆形光阑直径为 10 mm，放在一正透镜和光源的正中间作为孔径光阑，透镜的焦距为 100 mm，在透镜后方 140 mm 处有一屏，光源的像正好成在屏上。求出瞳直径。



光源 A 的位置

$$\frac{1}{l_1'}-\frac{1}{l_1}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{140}-\frac{1}{l_1}=\frac{1}{100} \Rightarrow l_1=-350\text{ mm}$$

出瞳位置

$$\frac{1}{l_2'}-\frac{1}{l_2}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{l_2'}-\frac{1}{-175}=\frac{1}{100} \Rightarrow l_2'=\frac{17500}{75}\text{ mm}$$

出瞳直径

$$|\beta|=\left|\frac{D_{出}}{D_{孔}}\right|=\left|\frac{l_2'}{l_2}\right|$$

$$\Rightarrow |D_{出}|=\left|\frac{l_2'}{l_2}\right|\cdot|D_{孔}|=\left|\frac{\frac{17500}{75}}{-175}\right|\times 10 \approx 13.3\text{ mm}$$

视场光阑

视场：描述成像系统物、像平面上的成像范围

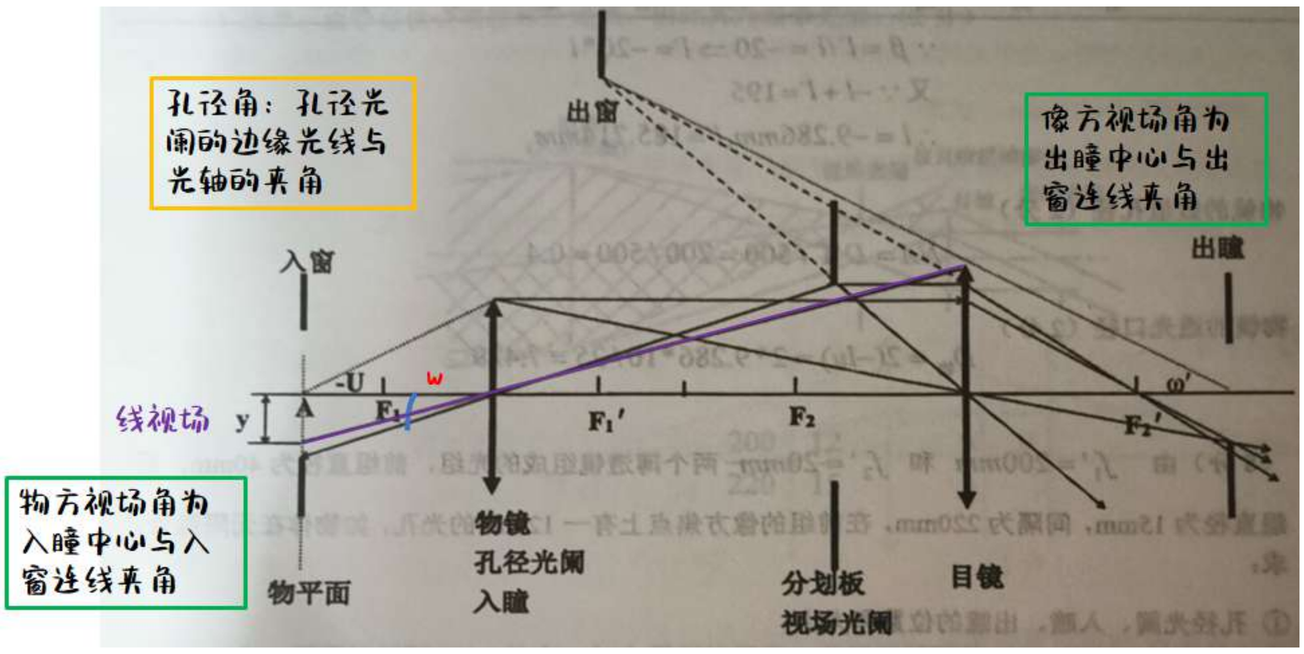
视场光阑：安置在物平面或像平面上用以限制成像范围大小的光阑（影响视场角）

> 入射窗：视场光阑经前面光学系统所成的像
>
> 出射窗：视场光阑经后面光学系统所成的像，出射窗可视为入射窗经整个系统所成的像

视场光阑、入射窗、出射窗互为物像共轭

孔径角：入射光线（一般是沿孔径光阑边缘）与光轴的夹角；视场角：入（出）瞳中心与入（出）窗的连线与光轴的夹角

光线的轨迹就是经过入瞳，过孔径光阑边缘，无视场光阑情况下直接过出瞳



孔径光阑与视场光阑的区别

1. 孔径光阑限制成像光束大小，即决定**像面的照度、分辨率**；视场光阑决定视场大小，即**物体成像的范围**
2. 缩小孔径光阑，每个物点参与成像的**光束孔径角变小**，像面照度减小，但成像范围不变；

   缩小视场光阑，**成像范围变小**，但成像物点的孔径角及像面照度不变

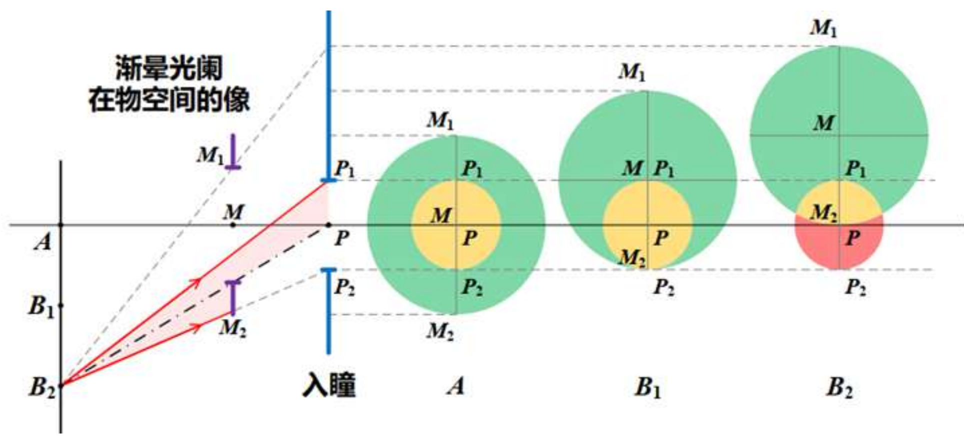
渐晕光阑

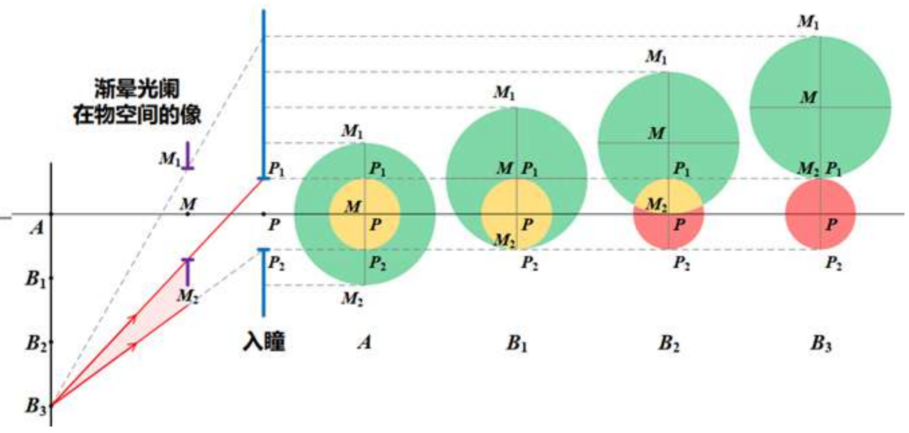
渐晕：**轴外**点发出的**充满入瞳**的光束，受到系统中某些光阑的限制而**被部分遮挡**，宽度比轴上点的光束宽度要小，**随着视场范围的增大，像的亮度逐渐变暗**

存在渐晕时，轴外斜光束的宽度不仅由孔径光阑口径决定，还与其它光阑的口径有关

渐晕光阑：限制**轴外物点**成像光束宽度的光阑；

> 对望远镜，显微镜而言，如果光线被目镜部分挡住，其为渐晕光阑；显微镜通常无渐晕





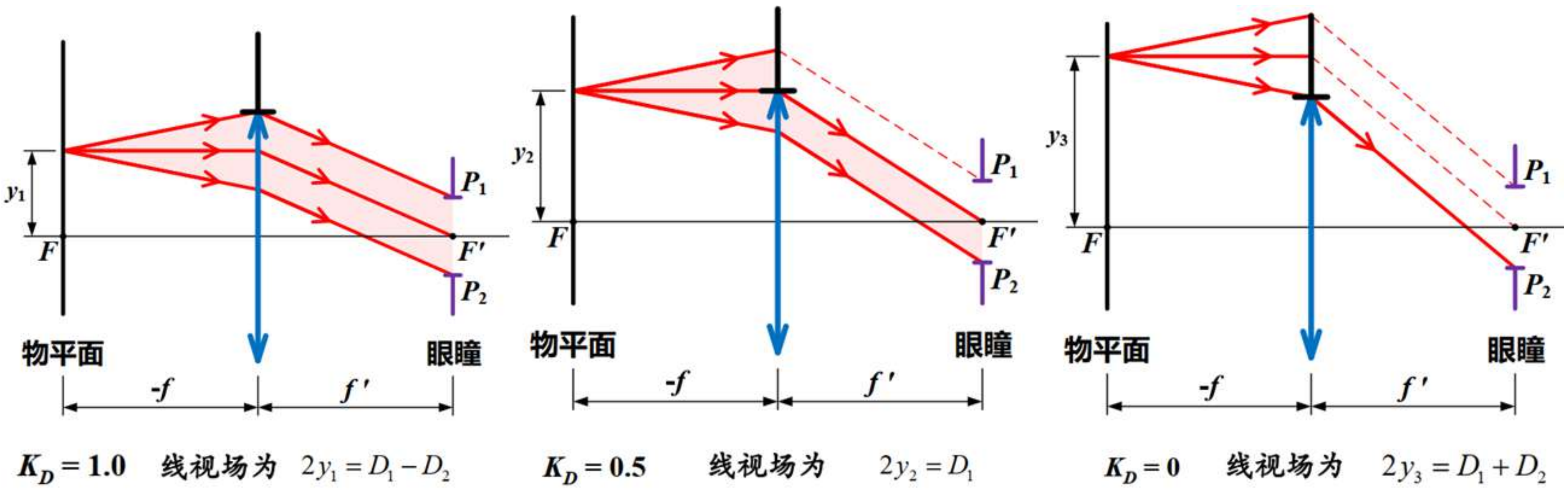
A、B_1无渐晕

B_2点发出的充满入瞳的光束，主光线以下被M_1MM_2拦截，以B_1B_2绕光轴一周的环形区域内有渐晕

B_3点发出的充满入瞳的光束，完全被M_1MM_2拦截，以B_2B_3绕光轴一周的环形区域内渐晕更严重

用渐晕系数定量描述渐晕程度　（计算渐晕时连接**轴外点和入瞳的边缘点**）

线渐晕系数：$\mathrm{K_D=D_\omega/D}$	**面渐晕系数**$\mathrm{K_A=A_\omega/A}$
轴外点成像宽度/轴上点成像宽度（入瞳平面）	轴外点成像截面面积/轴上点成像截面面积（入瞳平面）



远心光路和场镜

物方远心光路

孔径光阑位于物镜的像方焦面，入瞳位于无穷远，孔径光阑即出瞳；入射光束主光线平行于光轴

优点：放大倍率不会随着物面位置变化；可以消除物方由于调焦不准确带来的读数误差；解决了探测的景深问题

缺点：像面的位置和放大倍数有直接的关系

简答：为了保证测量精度，测量仪器一般采用物方远心光路。由于采用物方远心光路时，孔径光阑与物镜的像方焦平面重合，无论物体处于物方什么位置，它们的主光线是重合的，即轴外点成像光束的中心是相同的。这样，虽然调焦不准，也不会产生测量误差

像方远心光路

孔径光阑位于物镜的物方焦面，出瞳位于无限远，孔径光阑即入瞳；像方主光线平行于光轴

优点：放大倍率不会随着像面位置变化，可以消除像方调焦不准引入的测量误差

缺点：探测景深会受到系统孔径大小的限制

双远心光路

将光阑放在了光学系统的中间，即光阑既在物镜像方焦平面上，也在目镜物方焦平面上。

双远心光路兼具了物方远心光路和像方远心光路的优点，无论是物体的远近还是像面的远近都不影响放大倍数

优点：提高了测量的分辨率；提供稳定的放大倍率；加深了测量的景深

缺点：系统要探测多大的物体，就需要多大的孔径，横向尺寸很大；由于光路滤除了大部分的光，只留下能通过光阑的部分，如果使用平行度不够高的光源，如自然光源，可能会造成像面的照度不足

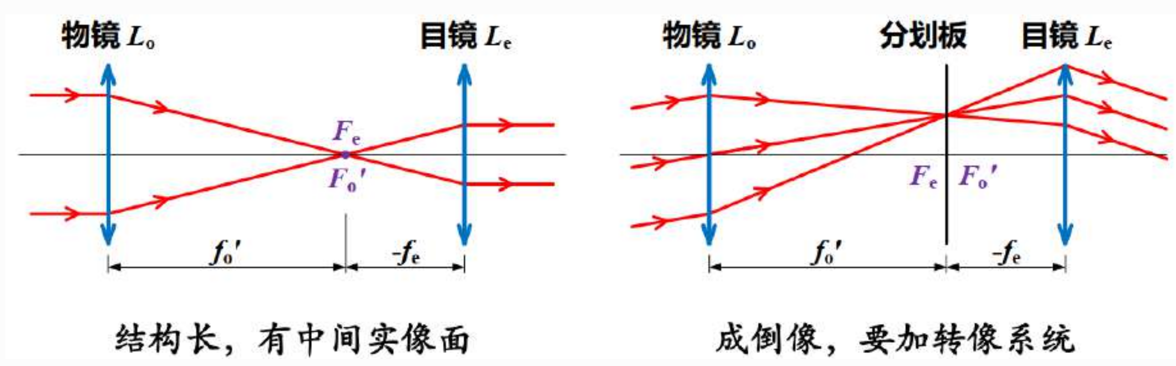
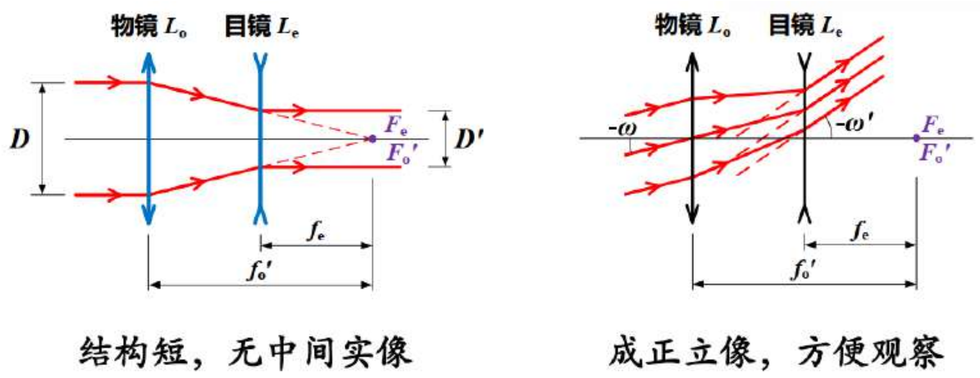
主光线在后续元件上投射高度很高，系统口径大；物镜后方像平面处增加一个正透镜 —— 场镜

场镜的作用：不改变系统成像特性；降低主光线在后续元件上的投射高度

望远镜

将无穷远物的像成像在像方焦平面，再加一个目镜使像成在无限远处

由此可知**物镜的像方焦平面和目镜的物方焦平面重合**，物镜焦距大于目镜焦距实现扩大视角的作用

开普勒望远镜	
伽利略望远镜	

开普勒望远镜：满足两镜间距为$f'_{物} + f'_{目}$ 位于空气中$f'_o = -f_0$， $f'_e = -f_e$

伽利略望远镜：满足两镜间距为$f'_{物} + f'_{目}$ 注意，伽利略望远镜的目镜为凹透镜，$f' < 0$

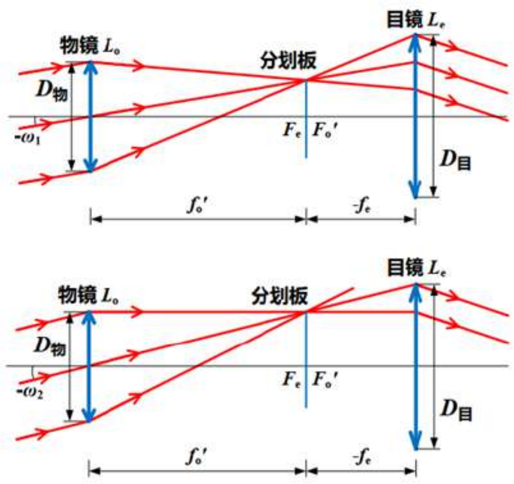
某一开普勒望远镜系统，物镜、目镜焦距分别为$f_{物}' = 108$ mm 和$f_{目}' = 18$ mm，通光口径分别为$D_{物} = 30$ mm 和$D_{目} = 20$ mm。如果系统无渐晕，该望远镜最大的极限视场角等于多少？渐晕系数$K = 0.5$时的视场角等于多少？如果要求系统的出瞳离开目镜像方主平面的距离为15 mm，求在物镜像方焦平面上加入的场镜的焦距。（系统中透镜均视为薄透镜。）

无渐晕

$$2\omega_1 = 2\arctan\frac{\frac{D_{目}}{2} - \frac{f'_{目}}{f'_{物}}\frac{D_{物}}{2}}{f'_{物} + f'_{目}} = 2\arctan\frac{\frac{20}{2} - \frac{18}{108}\times\frac{30}{2}}{108+18} \approx 6.81^\circ$$

$K_D = 0.5$

$$2\omega_2 = 2\arctan\frac{\frac{D_{目}}{2}}{f'_{物} + f'_{目}} = 2\arctan\frac{\frac{20}{2}}{108+18} \approx 9.08^\circ$$



物镜经过场镜成像，再经过目镜成像，与出瞳位置重合

物镜经过场镜成像 $\frac{1}{l_1'} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f'_{场}}$

再经过目镜成像 $\frac{1}{l_2'} - \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f'_{目}}$

场镜与目镜之间过度公式 $l_2 = l_1' - d$

$$\frac{1}{l_2'} - \frac{1}{l_2} = \frac{1}{f'_{目}} \Rightarrow l_2 = 90 \text{ mm}$$

$$l_2 = l_1' - d \Rightarrow l_1' = 108 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{l_1'} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f'_{场}} \Rightarrow f'_{场} = 54 \text{ mm}$$

其中$d = f'_e$相当于物镜视为物，第一个透镜是场镜，位于分划板位置，第二个是目镜

景深

相对孔径：入射光瞳直径 D 与系统焦距 f'之比 $\frac{D}{f'} = \frac{1}{\mathrm{F}}$ 光圈数 F 越小，通光孔径越大，同一时间内的进光量越多

物体在很近距离, 用数值孔径(NA)取代相对孔径：$\mathrm{NA} = n\sin U$

景深：能在景像平面上获得清晰像的物方空间深度范围(远景平面到近景平面的距离)$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$

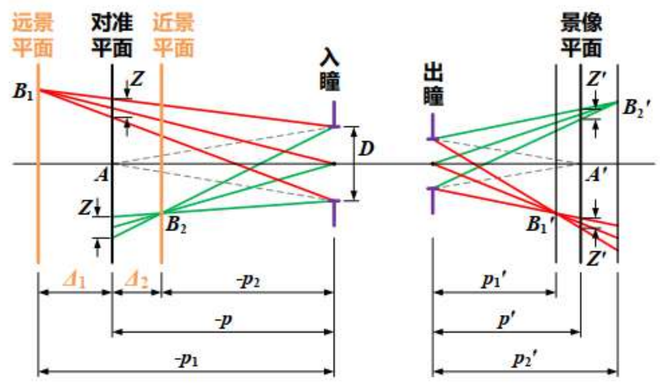
弥散斑：对 准平面之外的空间物点 对应的成像光束在 景像平面上所截的光斑，称为弥散斑

> 弥散斑直径 Z' 不超过接收器的分辨能力，可看作是清晰像

$\frac{D}{f'} = \frac{1}{\mathrm{F}}$ 光圈数F越大，入瞳直径D 越大；系统焦距f' 越大，景深越小；到对准平面距离 p 越大，景深越大

到对准平面距离 p 越大，景深 Δ 越大

> 远景平面：能成清晰像的最远物平面
>
> 近景平面：能成清晰像的最近物平面
>
> 远景深度：远景平面到对准平面的距离，Δ_1
>
> 近景深度：近景平面到对准平面的距离，Δ_2



摄影机物镜

三个重要参数：焦距f'，相对孔径D/f'，视场角$2w$ 焦距影响成像的大小，相对孔径影响像面的**照度和分辨率**，视场角影响成像的范围

照相系统则是一个大孔径、大视场系统，需校正与孔径和视场有关的所有像差

显微和望远系统是大孔径、小视场系统，需校正与孔径有关的像差：球差，慧差，位置色差

辐射度学和光度学基础

重点
1. 各光度学基本量的概念
2. 余弦辐射体
3. 光学系统中光亮度的传递
4. 像面光照度的分布

难点
成像光学系统的光能计算

立体角Ω：一个任意形状的封闭锥面所包含的空间角；

度量 $\mathrm{d}\Omega$：锥体边界在以O为球心，r为半径的球面上所截面积dS与半径r的平方之比 $\mathrm{d}\Omega=\frac{\mathrm{d}S}{r^2}$

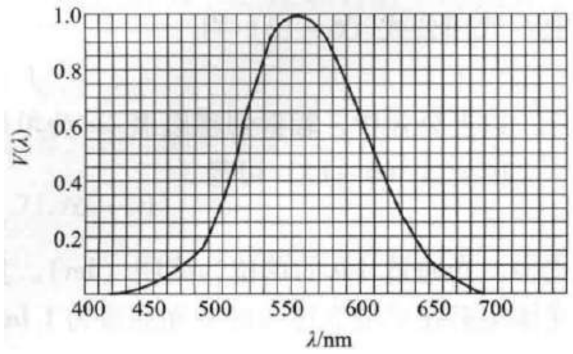
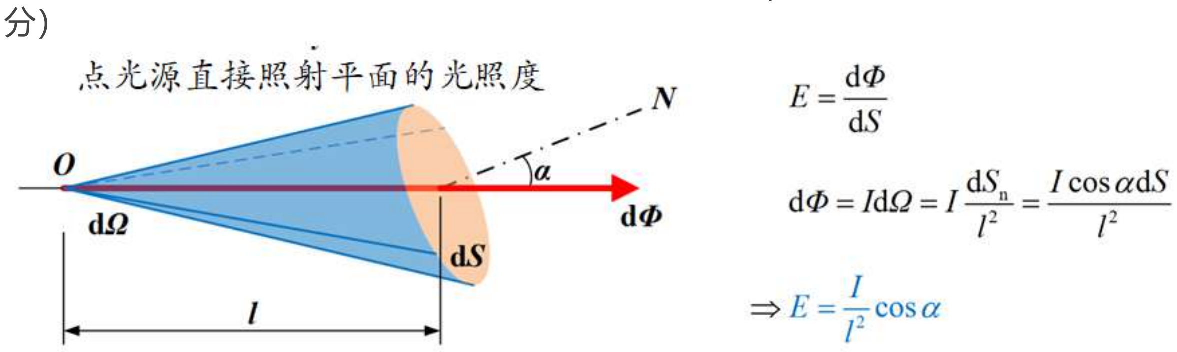
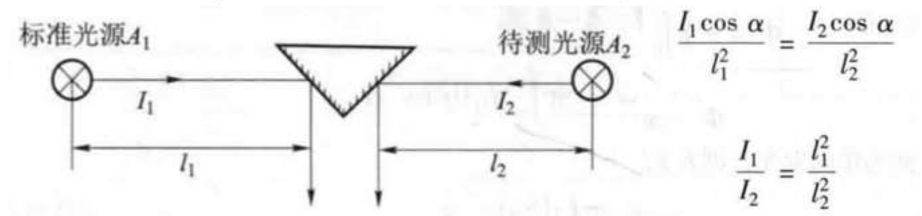
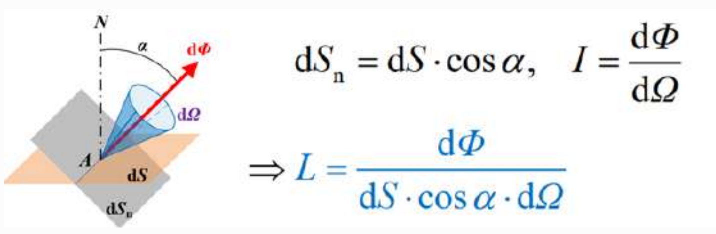
> 单位球面度（sr）

> 整个空间的立体角$\Omega=4\pi$

辐射度学基本量

名称	含义	单位
辐射能Q_e	以电磁辐射形式发射、传输或接收的能量	焦耳J
辐射通量Φ_e （也称为辐射功率）	单位时间 dt 内发射、传输或接收的辐射能 $\mathrm{d}Q_e$ $\Phi_\mathrm{e}=\frac{\mathrm{d}Q_\mathrm{e}}{\mathrm{d}t}$ $\mathrm{d}\Phi_e=I_e\mathrm{d}\Omega$ 辐射通量表征功率大小， 不能表示不同方向的辐射特性（I_e）	瓦特W
辐射强度I_e	辐射体在某一方向立体角 $\mathrm{d}\Omega$内发出的辐射通量 $d\Phi_e$ 与该立体角之比 $I_\mathrm{e}=\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{e}}{\mathrm{d}\Omega}$ 表示辐射体在不同方向上的辐射特性 辐射强度不能表示辐射体表面不同位置的辐射特性(M_e)	瓦特每球面度W/sr
辐射出射度M_e	辐射体表面一点处面元$\mathrm{d}S$ 上发出的辐射通量 $\mathrm{d}\Phi_e$与该面元面积之比 $M_\mathrm{e}=\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{e}}{\mathrm{d}S}$ 辐射出射度未考虑辐射方向	瓦特每平方米W/m^2
辐射照度E_e	**接收表面**一点处面元 $\mathrm{d}S$ 上接收的辐射通量 $\mathrm{d}\Phi_e$与该面元面积之比 $E_\mathrm{e}=\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{e}}{\mathrm{d}S}$	瓦特每平方米W/m^2
辐射亮度L_e	辐射表面$\mathrm{d}S$在 α方向上的辐射强度I_e与该表面在垂直于α 方向上的投影面积 $\mathrm{d}S_n$ 之比 $L_\mathrm{e}=\frac{I_\mathrm{e}}{\mathrm{d}S_\mathrm{n}}=\frac{\mathrm{d}\Phi_e}{\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}S\cos\alpha}$ 考虑了不同位置和不同方向上的辐射特性；	瓦特每球面度平方米$W/(sr\cdot m^2)$

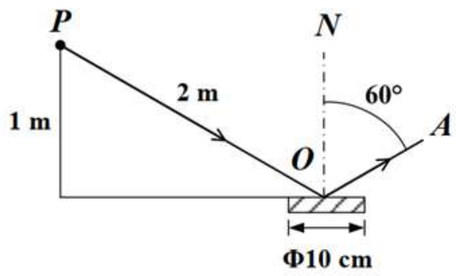
光度学基本量

名称	含义	附加信息
视见函数 $V(\lambda)$	人眼对不同波长电磁辐射响应的灵敏度，称为视见函数；$V'(\lambda)$为暗视觉  非对称关系	$V(555\ \mathrm{nm})=1$ $V'(507\ \mathrm{nm})=1$
光能Q	依照人眼的感觉强弱，进行量度的辐射能	
光通量Φ	表征可见光对人眼的视觉刺激程度 $\mathrm{d}\Phi=C\cdot V(\lambda)\cdot \mathrm{d}\Phi_\mathrm{e}$ 其中$C=683(\mathrm{cd}\cdot \mathrm{sr})/W$ 余弦辐射体推导：单面发光（如 LED） $\Phi=\pi LS$；两面发光（如平面状钨灯） $\Phi=2\pi LS$	单位：流明 $1\mathrm{lm}=1\mathrm{cd}\cdot\mathrm{sr}$ 坎德拉推流明
发光强度I	光源在某一方向立体角$\mathrm{d}\Omega$内发出的光通量 $\mathrm{d}\Phi$ 与该立体角之比 $I=\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega}$ （一般为 $I=\dfrac{\Phi}{4\pi}$） 发散角很小时，对应的立体角$\Omega=\pi u^2$ 光度学基本单位，**7 个国际基本计量单位之一** $I=C\cdot V(\lambda)\cdot I_e$ 频率为 $540\times10^{12}\mathrm{Hz}$的单色光(空气中波长 λ = 555nm)，在给定方向上辐射强度I_e为1/683 $\mathrm{W/sr}$，则在该方向上的发光强度为$1\mathrm{cd}$ $I=683\ \mathrm{V}(\lambda)\cdot I_\mathrm{e}$ I_e为明视觉	单位：坎德拉cd $1\mathrm{cd}=1\mathrm{lm/sr}$
发光效率 η or K（光视效能）	发光效率$(\mathrm{lm}\,/\mathrm{W})=\dfrac{\Phi(\mathrm{lm})}{\Phi_e(\mathrm{W})}$ $\quad\eta=\dfrac{\Phi}{P}$ 功率就是辐射通量	单位：流明每瓦 lm/W
光出射度M	发光体表面上面元$\mathrm{d}S$发出的光通量 $\mathrm{d}\Phi$ 与该面元面积之比 $M=\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}(M=\dfrac{\Phi}{S})$ 均匀发光情况 不考虑辐射方向和辐射范围立体角大小	单位：流明每平方米lm/m^2
光照度 E	照射到物体表面面元$\mathrm{d}S$ 上的光通量 $\mathrm{d}\Phi$ 与该面元面积之比 $E=\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}=\dfrac{I\cos\alpha}{l^2}$ α为平面与光方向的夹角（通常情况下都是垂直入射，$E=\dfrac{I}{r^2}$，涉及视场角见像平面光照度部分）  公式运用检测： 反射相当于两个点光源，画镜像，重新计算距离，代入公式，最后相加	单位：勒克斯lx $1\mathrm{lx}=1\mathrm{lm}/m^2$
光亮度L	发光表面在α方向上发光强度I与该表面在垂直于α方向上的投影面积 $\mathrm{d}S_n$ 之比 $L=\dfrac{I}{\mathrm{d}S_\mathrm{n}}$ 	单位：坎德拉每平方米cd/m^2

反射：$P,\eta\to\Phi\to I\to E\ \to\ \Phi'\ \to\ L'$

$\mathrm{d}\Phi=E\mathrm{d}S\ \to\ \mathrm{d}\Phi'=\rho\mathrm{d}\Phi=\rho E\mathrm{d}S$ 若各方向光亮度相同 则$\pi L\mathrm{d}S=\rho E\mathrm{d}S\ \to\ L=\dfrac{1}{\pi}\rho E$

如图所示，发光强度为 50 cd的灯泡 P 照明直径为 10 cm的漫反射面，其它条件已标注在图中。求漫反射面上的光照度。假定被照明表面漫反射系数为 0.8，且各方向光亮度相等，求光亮度及 OA 方向的发光强度。



漫反射面光照度 $I = 50\ \text{cd},\quad l = 2\ \text{m},\quad \cos\alpha = 0.5$

用到角度 $E = \dfrac{I\cos\alpha}{l^2} = \dfrac{50\times0.5}{2^2} = 6.25\ \text{lx}$

OA方向发光强度

$$I = L\text{d}S\cos60^\circ = 1.59\times\pi\times\left(\frac{0.1}{2}\right)^2\times\cos60^\circ \approx 6.24\times10^{-3}\ \text{cd}$$

漫反射面光亮度

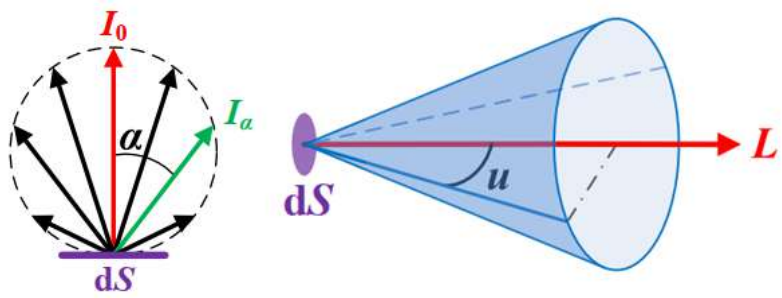
$\text{d}\Phi' = \rho\text{d}\Phi$

$\pi L\text{d}S = \rho E\text{d}S$

$L = \dfrac{1}{\pi}\rho E = \dfrac{1}{\pi}\times0.8\times6.25 \approx 1.59\ \text{cd/m}^2$

余弦辐射体(朗伯辐射体)

计算链：$P,\eta \to \Phi \to L$



发光面的发光强度在空间方向具有余弦变化规律 $I_\alpha = I_0\cos\alpha$；发光强度矢量端点轨迹是一个与发光面 dS 相切的球面

余弦辐射体任意方向上的光亮度相同 $L_\alpha = \dfrac{I_\alpha}{\text{d}S_\text{n}} = \dfrac{I_0\cos\alpha}{\text{d}S\cdot\cos\alpha} = \dfrac{I_0}{\text{d}S} = \text{const.}$

余弦辐射体向孔径角为 U 的立体角内发出的光通量 $\Phi = \pi L\ \text{d}S\sin^2 U$

> 单面发光（如 LED） $\Phi = \pi L dS_n$；两面发光（如平面状钨灯） $\Phi = 2\pi L dS_n$

5.2、面积为 1 cm² 的单面发光圆盘是一个朗伯光源，光亮度为 1500 lm/(m²·sr)，求
①最大发光强度 I_0 与发光面法线 30 度角方向上的发光强度 I_{30}；
②圆盘发出的总光通量及光出射度。

(1)对朗伯光源有 $L = \dfrac{I_\theta}{dA\cos\theta} = \dfrac{I_N}{dA}$

最大发光强度：

$I_0 = I_N = LdA = 1500\times10^{-4} = 0.15\ \text{cd}$

30度角方向发光强度：

$I_{30} = LdA\cos30^\circ = 1500\times10^{-4}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.1299\ \text{cd}$

(2)总光通量

$\Phi = \pi LdA = \pi\times1500\times10^{-4} \approx 0.4712\ \text{lm}$

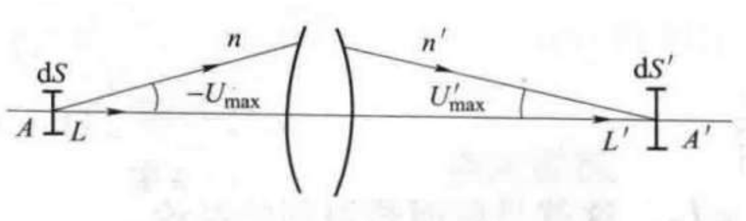
光出度

$M = \dfrac{\Phi}{dA} = \dfrac{\pi LdA}{dA} = \pi\times1500 \approx 4712\ \text{lm/m}^2$

像平面的光照度E

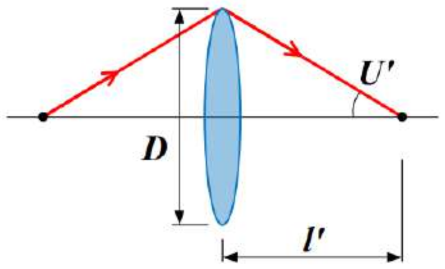
轴上像点的光照度

两种计算方法，一种基于物方孔径角U，一种基于像方孔径角U'（这里的角度都是max）



> $\Phi = \pi L\ \text{d}S\sin^2 U \quad \Phi' = \tau\Phi \qquad E'_0 = \dfrac{\Phi'}{\text{d}S'} = \tau\pi L\dfrac{\text{d}S}{\text{d}S'}\sin^2 U = \dfrac{1}{\beta^2}\tau\pi L\sin^2 U$ (1)
>
> $\Phi' = \pi L' dS'\sin^2 U' \quad L' = \tau\dfrac{n'^2}{n^2}L \qquad E'_0 = \dfrac{\Phi'}{\text{d}S'} = \pi L'\sin^2 U' = \dfrac{n'^2}{n^2}\tau\pi L\sin^2 U'$ (2)

U和U'的大小要根据光路图确定，普适情况：

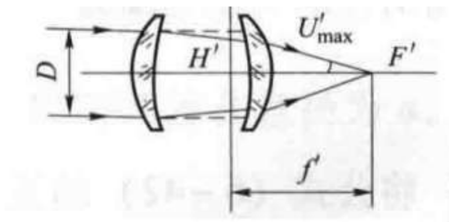


$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'} \Rightarrow 1-\beta=\frac{l'}{f'}$$

$$E_0'=\frac{n'^2}{n^2}\tau\pi L\sin^2 U' = \tau\pi L\left(\frac{D}{2l'}\right)^2 = \frac{1}{4}\tau\pi L\left(\frac{f'}{l'}\right)^2\left(\frac{D}{f'}\right)^2 = \frac{1}{4(1-\beta)^2}\tau\pi L\left(\frac{D}{f'}\right)^2$$

对照相机物镜而言，景物距离和物镜焦距比较一般都达数十倍，认为像平面近似位于物镜的像方焦面上（$n=n', l'=f'$）

照相机物镜像平面光照度公式：（代入（2）式）



$$\sin U'_{max} \approx \frac{D}{2f'}$$

$$E_0' = \frac{\pi}{4}\tau L\left(\frac{D}{f'}\right)^2$$

由结果公式得到结论：

- **孔径角越大，轴上像点的光照度越大**
- **系统垂轴放大率越大，轴上像点照度越小**

用 250 W 溴钨灯做电影放映机的光源，发光效率 $\eta = 30$ lm/W，灯丝为双面发光的余弦辐射体，面积为 3.5×5 mm²，系统光路如图所示，已知聚光镜通光直径 $D_{聚}$ = 80 mm，灯丝中心点 A 离开聚光镜距离为 150 mm。为了提高光能利用率，在灯丝后面安装曲率半径为 200 mm 的球面反射镜，使灯丝的平均光亮度提高 50%，灯丝 A 点位于它的球心上。灯丝成像在放映机的片门处，像的大小正好充满片门，尺寸为 7×10 mm²，银幕宽为 4 m，放映物镜相对孔径为 1/1.8，系统透过率 $\tau = 0.6$。求：

① 球面反射镜的通光直径 $D_{反}$；

② 聚光镜焦距 $f_{聚}'$；

③ 灯丝亮度 L；

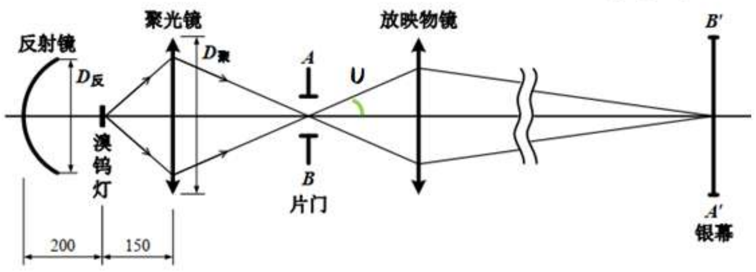
④ 银幕中心处的光照度 E_0'。

④物镜的放大率β=4000/-10=-400x

$$E_0' = \frac{1}{\beta^2}\tau\pi L\sin^2 U$$

银幕上的光照度为

$$E_0' = \frac{1}{4}\tau\pi L'\left(\frac{D}{f'}\right)^2\frac{1}{\beta^2}(\text{lx})$$



①根据相似三角形的性质求得球面反射镜通光直径 $\frac{D_{聚}}{D_{反}} \approx \frac{150}{200}$

$$D_{反} = \frac{200}{150}D_{聚} \approx 106.67\ \text{mm}$$

②由于经过聚光镜后成像于片门且充满，可得放大率β=-2，由放大率公式可得

$$l=-150mm \quad l'/l=-2 \rightarrow l'=300mm$$

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$$

③光源发出的总的光通量为

$$\Phi = P\eta = 30\times 250 = 7500\text{lm}$$

由于是两面发光，光亮度为

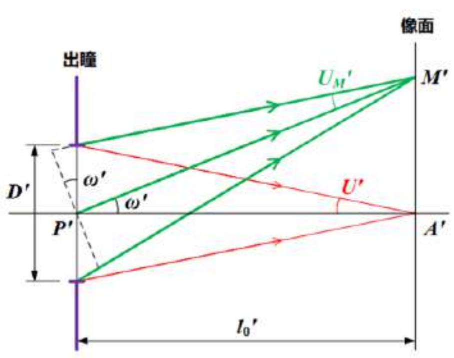
$$L=\frac{\Phi}{2\pi dS_n}=\frac{7500}{2\pi\times 0.0035\times 0.005}(\text{cd/m}^2)$$

加球面反射镜后，平均光亮度为

L’=1.5 L(仍为物方)

轴外像点的光照度

通常会说是边缘视场的光照度



$$E_M' = E_0'\cos^4\omega'$$

$E_M' < E_0'$

E_M' 随视场角 ω' 增大而降低

光亮度的传递L

光通过光学系统时能量的损失主要有：<u>折射面的反射损失；折射材料内部的吸收损失；镀膜反射面的吸收损失</u>

均匀透明介质中$L_1=L_2$ 在光能传播方向上光亮度不变

折射后的光亮度(反射损失加折射损失)：$L'=(1-\rho)L\dfrac{n'^2}{n^2}$

不考虑任何损耗（$\rho=0$）

> $\frac{L_1}{n_1^2}=\frac{L_2}{n_2^2}=\cdots=\frac{L_k}{n_k^2}=L_0$ **折合光亮度** L_0 　在光线传播方向上的折合光亮度 L_0 不变

实际光学系统成像，必须考虑光能损耗（$\rho\neq 0$）

> $L'=\tau\frac{n'^2}{n^2}L$　像系统物像空间介质相同时，像的光亮度永远小于物的光亮度 $\tau=1-\rho$

光能损失

能量守恒：入射光通量为Φ，折射光通量为Φ'，反射光通量为Φ''　$\Phi=\Phi'+\Phi''$　其中$\rho=\frac{\Phi''}{\Phi}$

折射面的反射损失：

> 出射光通量　$\Phi'=(1-\rho)\Phi$
>
> 经 N 个折射面后的出射光通量　$\Phi'=(1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots(1-\rho_N)\Phi$

介质吸收率α：光束穿过 1 cm 的介质，因吸收而损失的光通量百分比

介质透明率 $P=1–\alpha$：穿过 1 cm 的介质后的光通量与入射光通量之比　$P=\frac{\Phi_2}{\Phi_1'}$

通过折射材料介质的光通量随介质厚度的增加而减少

反射面的吸收损失

> 经 N 个镀膜反射面后的出射光通量　$\Phi'=\rho_1\rho_2\cdots\rho_N\Phi$

同时考虑反射和吸收损失：

设经过 n 种折射介质厚度分别为 d_1、d_2、$\cdots$、d_N，透明率分别为 P_1、P_2、$\cdots,P_N$，有m个折射表面

$\Phi_2'=\Phi_2(1-\rho_2)$　$\Phi_2=\Phi_1'P_1^{d_1}$　$\Phi_1'=\Phi_1(1-\rho_1)$ $\rightarrow$ $\Phi_2'=\Phi_1(1-\rho_1)(1-\rho_2)P_1^{d_1}$

推广：$\Phi'_m=\Phi_1(1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots(1-\rho_m)P_1^{d_1}P_2^{d_2}\cdots P_n^{d_n}$

$\tau=\frac{\Phi'_m}{\Phi_1}=(1-\rho_1)(1-\rho_2)\cdots(1-\rho_m)P_1^{d_1}P_2^{d_2}\cdots P_n^{d_n}$

光学系统成像质量判断

重点

1. 各种像差的基本概念
2. 各种像差的形成原因、现象及校正方法
3. 光学传递函数评价成像质量的方法

难点

各种像差的形成原因

像差的定义：光学系统所成像与理想像的差异，仅近轴区域单色光成像完善

几何像差用数值大小描述物点成像时几何光线的密集程度，评估像质优劣，**直观、易算**，但很多时候**与实际情况不相符**

实际系统像质是各种像差的综合影响，不可能仅由几何像差解决，必须基于**光的波动理论**才能解决 (波像差)

几何像差

不存在没有像差的光学系统；不可能完全校正或消除各种像差

分类：

> 单色像差：球差、彗差、像散、场曲、畸变(畸变由主光线引起)
>
> 复色像差：位置色差，倍率色差

> 轴上点像差：球差（单色像差仅此一个）、**位置色差**
>
> 轴外点像差：慧差、像散、场曲、畸变、倍率色差

Q：几种初级像差中，当视场很小时就要考虑的是：**慧差**

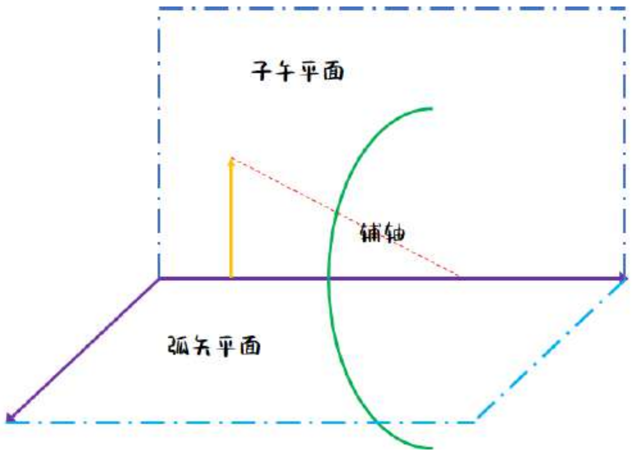
Q：对**轴上**点产生圆形弥散斑的有：球差，位置色差

Q：平面镜成像**不存在色差**：反射角的大小与介质的折射率无关

Q：大孔径小视场（望远镜，显微镜物镜）需主要考虑的色差：球差、慧差、位置色差（与孔径大小有关）

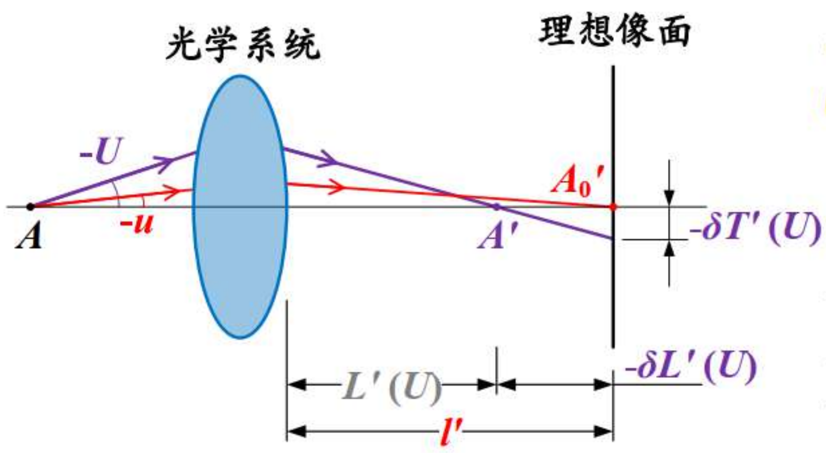
轴外点像差一些基本概念：（辅轴：轴外点与折射面球心的连线）

> 过轴上物点的子午面有无数个，过轴外物点的子午面只有一个



子午平面：包含轴外物点和光轴的平面 （竖）	**弧矢面：包含主光线并与子午平面垂直的面**
子午光线对：与主光线距离相等的一对光线	弧矢光线对：与主光线距离相等的一对光线

轴上点——球差（**与孔径大小有关**）



轴向球差（理想面右方为正，左方为负）

U 不同，实际像点位置不同相对于理想像点的位置偏离

（正为过校正，负为欠较正）

垂轴球差

在理想像面上引起半径|δT'|的弥散斑

任何位置垂轴平面上均为弥散斑，位置不同，弥散斑直径不同

球差的校正：加光阑，只让近轴光线通过；单透镜配曲；正负透镜组合（正透镜有负球差，负透镜有正球差）

不能同时对所有环带消除球差，只能对某一孔径环带消除球差

彗差

轴外物点宽光束所成的像对主光线失去对称性，轴外物点在理想像面上形成彗星状的光斑，最终形成彗星形状的弥散斑

首端明亮、清晰，尾端宽大、暗淡、模糊

光束孔径越大，视场越大，彗差越大；

场曲

一个物平面对应两个弯曲像平面，一般情况下像散，球差，慧差不可能完全消除；用平均场曲衡量

$x' = \frac{x'_t + x'_s}{2}$

一个较大平面上的各点不能同时清晰成像，每一个像点在像平面上得到一个弥散圆；视场越大，场曲越大

位置色差

轴上物点以复色光成像，波长由短到长，像点由近到远排列在光轴上，形成彩色圆形弥散斑，弥散斑中心为紫，中间黄，边缘红

色差的根源是不同颜色（不同波长的光）在介质中的折射率不同

光束孔径越大，位置色差越大

红光焦距最长（波长长，折射率小）

紫光焦距最短（波长短，折射率大）

倍率色差

对不同色光 β 不相等，彩色边缘，造成白色像的模糊

畸变

一对共轭面上的放大率非常数，物与像不再相似；放大率为-1的对称结构无畸变，孔径光阑位于薄透镜之前（后）产生负（正）畸变；正畸变：枕形畸变；负畸变：桶形畸变；

视场越大，畸变越大；不影响成像清晰度（仅是像的变形）

像散

子午、弧矢像点的沿轴距离

$x'_{ts} = x'_t - x'_s$

不同直径方向的光线对经过不同曲率的折射面，子午/弧矢方向对应最大/小曲率，形成分别由子午焦线和弧矢焦线组成的弥散斑；与视场有关，与孔径大小无关；视场越大，像散越大；

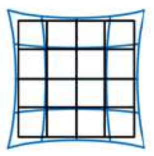
光阑无限小，只允许贴近主光线的无限细光束通过，彗差不存在，但是有细光束的像散和场曲存在

利用对称结构来尽可能消除像差

对称结构：孔径光阑位于系统中央，$\beta = -1$，孔径光阑前方和后方产生的轴外像差大小相等、符号相反，相互抵消

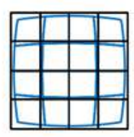
正畸变（枕形/鞍形畸变）

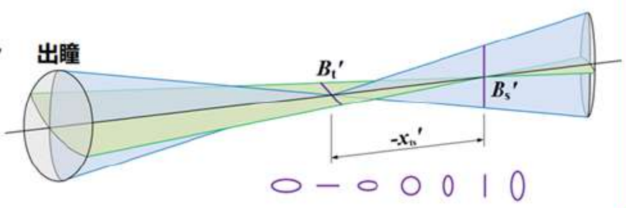
实际像高 $y_z' >$ 理想像高 y_0'



负畸变（桶形畸变）

实际像高 $y_z' <$ 理想像高 y_0'





两条焦线之间，光束截面形状随位置变化

子午像点处，得到垂直于子午平面的短线（子午焦线），在弧矢像点处，得到子午平面内的垂直短线（弧矢焦线）

轴外点

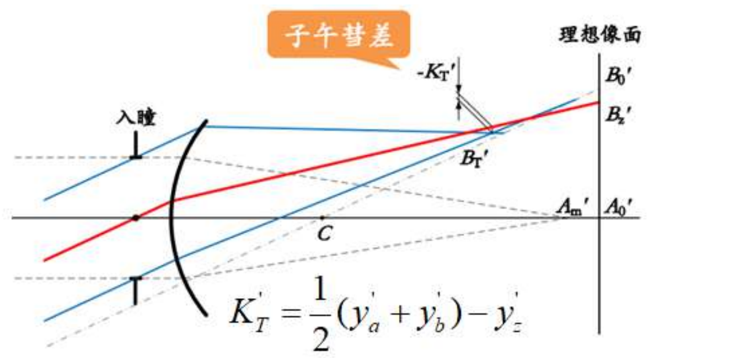
宽光束：主光线外边的两光线（经过光学系统后不再是同心光束），细光束：主光线（近轴，$\sin\theta \approx 0$）

慧差：子午/弧矢光线对交点（宽光束交点）与主光线的垂轴距离；

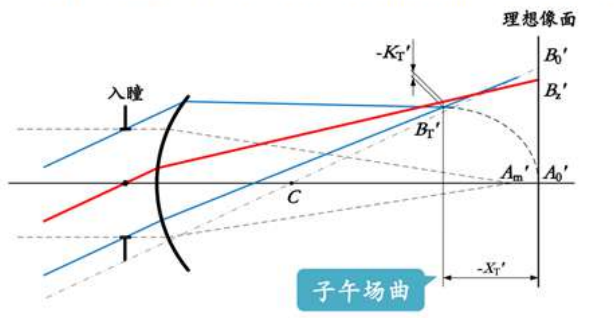
场曲：子午/弧矢光线对交点（宽光束交点）与理想像的平面距离；

细光束场曲：细光束交点

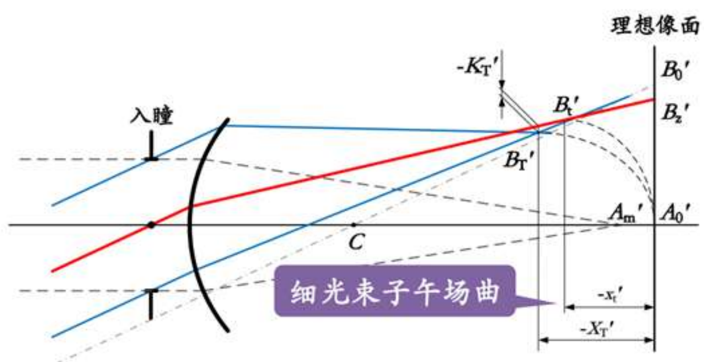
子午面



子午慧差：子午光线对交点偏离主光线的垂轴距离



子午场曲：子午光线对交点 B_T' 离理想像平面的轴向距离 X_T

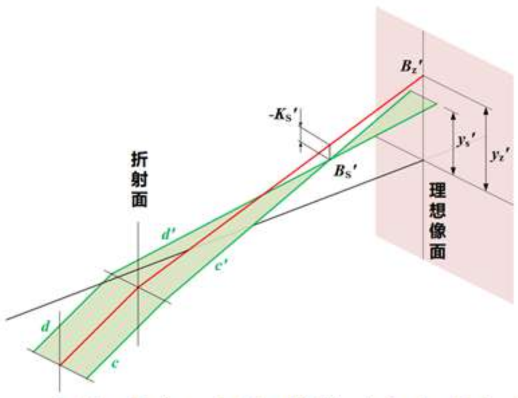


细光束子午场曲：细光束和辅轴的交点 B_t' 离理想像平面的轴向距离 x_t'

$(X_T' - x_t')$ 代表了细光束和辅轴交点和宽光束交点位置的差，也称为轴外子午球差 $\delta L_T'$

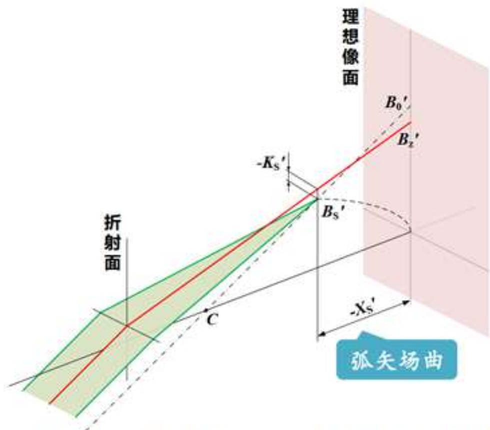
弧矢面

弧矢光线对关于子午平面和辅轴对称， 折射光线交点位于子午平面内， 交于辅轴上

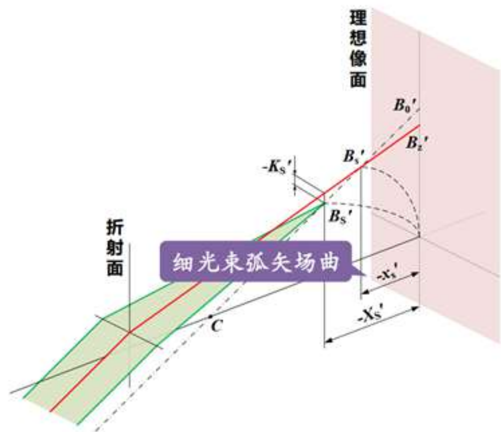


$K_S' = y_s' - y_z'$

弧矢慧差：弧矢光线对交点偏离主光线的垂轴距离



弧矢场曲：弧矢光线对交点B_S离理想像平面的轴向距离X_S'



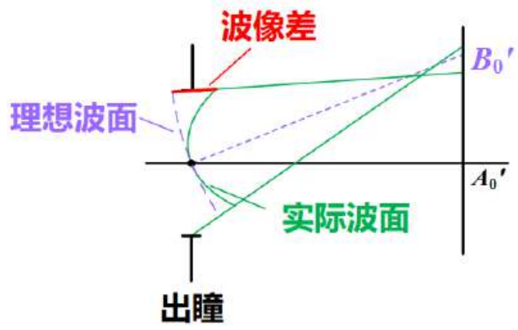
细光束弧矢场曲：细光束和辅轴的交点B_s'离理想像平面的轴向距离x_s'

$(X_S' - x_s')$ 代表了细光束和辅轴交点和宽光束交点位置的差，也称为轴外弧矢球差$\delta L_S'$

即使子午像差和弧矢像差都为0，对应像高不一定和理想像高相同

波像差

定义：出瞳处实际波面与理想波面之间的光程差，系统最大波像差＜ λ/4，成像完善



像质评价

- 瑞利判据、斯特列尔判据等主要适用于**小像差系统**，分辨率、点列图等主要适用于**大像差系统**
- 几何像差、波像差、点列图等主要用于**光学系统设计阶段**，分辨率主要用于对**实际系统成像质量**的检验 （应用阶段）

光学传递函数进行统一（设计和应用阶段都可用）

瑞利判据

实际波面与参考球面之间最大波像差$< \lambda/4$，可认为无缺陷，成像完善

优点：

- 波像差与几何像差之间关系简单，易于计算
- 同时存在多种像差的轴外点，也可以按波像差曲线对像质作出判断
- 根据波像差情况可以判断像差校正是否处于最佳状态，并以此指导像差的校正方向

缺点：只考虑波像差最大值， **未考虑波面上缺陷部分在整个面积中所占的比重**

斯特列尔判据

光学系统存在像差时，衍射图样中心亮斑（**艾里斑**）亮度，比理想成像时中心点亮度有所下降，两者的比值称为斯特列尔强度比，又称**中心点亮度**，以$\mathrm{S.D.}$表示，中心点亮度 $\mathrm{S.D.} \geq 0.8$时，系统是完善的

优点：比较严格可靠的方法

缺点：计算相当复杂，不便于实际应用

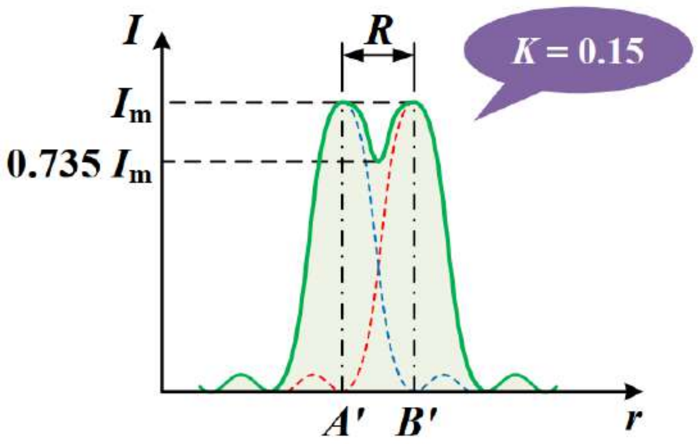
波像差，W	中心亮斑能量所占百分比	S.D.
0	84%	1.00
$\lambda/16$	83%	0.99
$\lambda/8$	80%	0.95
$\lambda/4$	68%	0.81

（衍射）分辨率

定义：能被光学系统分辨开的两个物点（或像点）之间的最小距离，称为光学系统的分辨率或分辨本领

艾里斑半径（中心亮斑半径） $R=\dfrac{0.61\lambda}{n'\sin U'_{\max}}$

能分辨的两个等亮度点间的距离对应艾里斑的半径，极大值与中间极小值之比$1:0.735$



对比度 $K=\dfrac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}$，$K=0.02$，人眼可分辨，此时两像点距离约为0.85R

分辨率作为像质评价指标并不是完善的方法

1. 检测用分辨率板为高对比度，实际成像物体常为低对比度
2. 实际检测条件与瑞利对分辨率的规定条件不符：

> 接收器分辨对比度的能力有差别。 人眼在照度良好、界限清晰时能分辨1:0.95(对应$K=0.02$) 的亮度对比
>
> 瑞利的规定是对两个亮度相等的自发光点而言，并且没有背景亮度

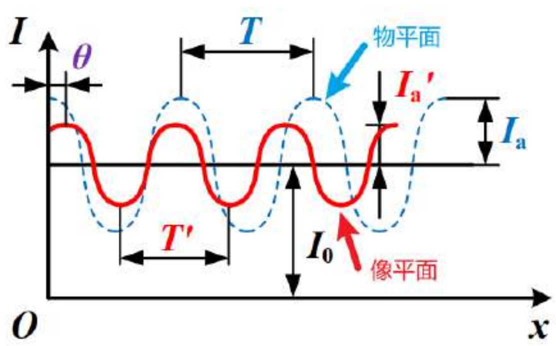
光学传递函数

> 适用于大像差系统和小像差系统；适用于系统设计与系统检验

将物平面强度分布看作是周期函数，由很多频率、振幅、位相不同的正弦函数`合成

调制度(/对比度)，K表示线条明暗对比程度 $K=\dfrac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}=\dfrac{I_a}{I_0}\in[0,1]$

> 空间周期T ：相邻两个极大（/极小）值之间距离，单位 mm $\begin{cases}T'=\beta T\\ \mu'=\mu/\beta\end{cases}$
>
> 空间频率$\mu=1/T$：单位距离内空间周期数，每毫米内包含的亮（/ 暗）线的条数，单位$\mathrm{lp/mm}$



实际成像：

1. 对比度降低： $K=I_a/I_0\quad K'=I'_a/I_0$，$K'\le K$
2. 位相移动：实际成像的线条位置不在理想位置上，沿 x 方向移动一段距离

特点：光学系统接收器的可察觉对比度对 **各个频率不是常数**

典型光学系统

Q：放大率是否能做到无限大？

A：不能，放大率受分辨率限制，超过眼睛分辨率的时候，增大放大率成像只是增大轮廓，不能清晰分辨；

人眼

人眼的调节功能包括视度调节和瞳孔调节

视度：与**视网膜共轭**的物平面到人眼距离的倒数 $SD=\frac{1}{l}$，单位为屈光度D(**1D=1m**$^{-1}$）1D = 100 度

眼镜的焦距$f'=\frac{1}{D}$（近视焦距f'为负）　正常情况下远点距离l_r为$-\infty$，R=0，近点距离也为负数；

$\frac{1}{l_r}-\frac{1}{-\infty}=\frac{1}{f'}$　　$\frac{1}{l_p}-\frac{1}{-0.25}=\frac{1}{f'}$　（-0.25为明视距离）

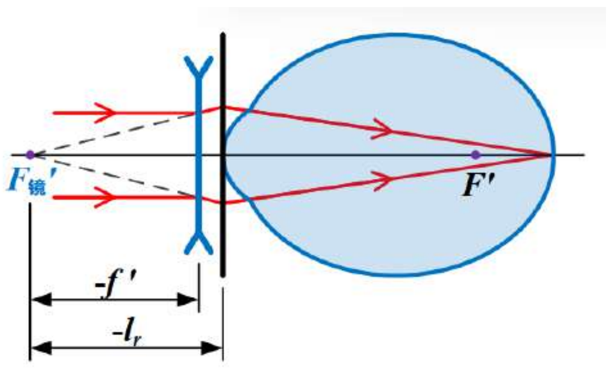
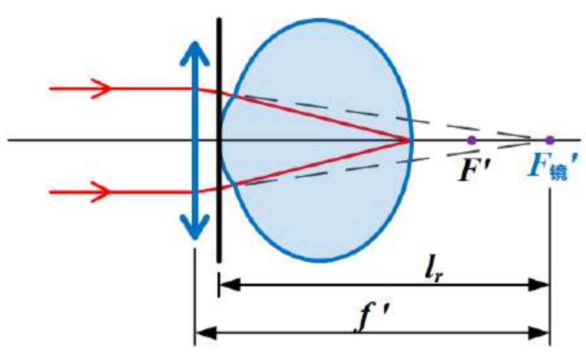
远点：眼睛能看清的最远点	**近点：眼睛能看清的最近点**
远点距离：远点到人眼的距离，l_r 远点视度：远点距离倒数，$R=1/l_r$	近点距离：近点到人眼的距离，l_p 近点视度：近点距离倒数，$P=1/l_p$

视度调节的范围：远点距离与近点距离的倒数之差$A=\frac{1}{l_r}-\frac{1}{l_p}=R-P$

仪器视度值为 SD, 即 $x'=\frac{1000}{\mathrm{SD}}$ 由牛顿公式得$x=\frac{-f_e'^2}{x'}=\frac{-\mathrm{SD}\cdot f_e'^2}{1000}$

佩戴眼镜后远点处(l_{r2})物体经眼镜成像于裸眼远点处(l_{r1}) $\frac{1}{l_{r1}}-\frac{1}{l_{r2}}=\frac{1}{f'}$　$R_2=R_1-D$ 近视D为负数，远视D为正数；

近视（远视）程度用远点视度$R=1/l_r$表示　　近视500度代表看见的最远距离为眼前0.2m

近视	**远视**
远点位于眼前有限远处，像方焦点F'在视网膜前方	**远点位于眼后有限远处**，像方焦点F'在视网膜后方
用负透镜校正，像方焦点与远点重合，$f'=l_r$（负） 无限远物成像在眼镜（凹透镜）像方焦点	用正透镜校正，像方焦点与远点重合，$f'=l_r$（正）
	

散光：眼球各方向屈光度不同，互相垂直的主截面内远点距离不同$R_1\neq R_2$ 散光度 $AST=R_1-R_2$；用**柱面、双心圆柱面**透镜校正

像方分辨率 0.006mm；物方极限分辨角$\varepsilon=w_{\min}\approx 1'=6''=0.00029\mathrm{rad}$　一般取极限分辨角$\tan\omega$为0.0003

某人近视程度为 **-2 D**（屈光度），视度调节范围是 **8 D**。求：

① 此人眼睛的远点距离；

② 此人眼睛的近点距离；

③ 若佩戴**100**度的近视眼镜，该镜的焦距；

④ 佩戴该近视眼镜后，能看清的远点距离；

⑤ 佩戴该近视眼镜后，能看清的近点距离

① 远点距离

$l_{r_1}=\frac{1}{R_1}=-0.5\ \mathrm{m}$

② 近点距离

$P_1=R_1-A=-2-8=-10\ \mathrm{D}\Rightarrow l_{p_1}=\frac{1}{P_1}=-0.1\ \mathrm{m}$

③ 近视镜焦距

$D=\frac{1}{f'}=-1\ \mathrm{D}\quad\Rightarrow f'=\frac{1}{D}=-1\ \mathrm{m}$

④ 佩戴眼镜后的远点距离

佩戴眼镜后远点处物体经眼镜成像于裸眼远点处

$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}\quad\Rightarrow\frac{1}{l_{r_1}}-\frac{1}{l_{r_2}}=\frac{1}{f'}$

$\Rightarrow R_2=R_1-D=-1\ \mathrm{D}\quad\Rightarrow l_{r_2}=\frac{1}{R_2}=-1\ \mathrm{m}$

⑤ 佩戴眼镜后的近点距离

$P_2=R_2-A=-1-8=-9\ \mathrm{D}$

$\Rightarrow l_{p_2}=\frac{1}{P_2}=-0.11\ \mathrm{m}$

放大镜

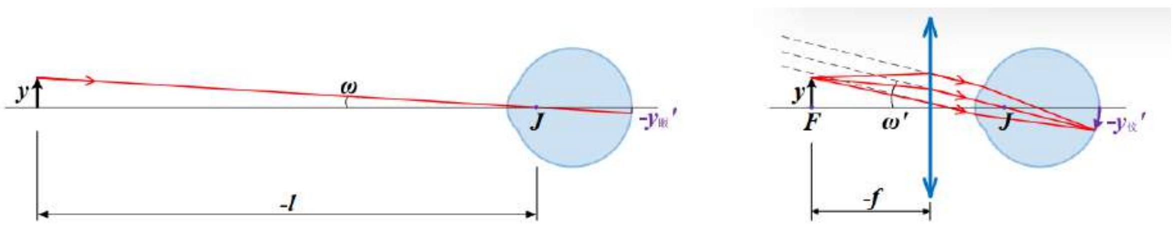
人眼看清物体：物体必须位于眼睛近点之外；物体细节对人眼张角 ω 大于极限分辨角 ε

放大镜视放大率随物距产生变化，$\Gamma=250/f'_e$ 指物体位于无限远处时的理论（物体放大率β近似为1）

基本工作原理 （**视放大率** $\Gamma=\dfrac{\tan\omega'}{\tan\omega}=\dfrac{y/f'}{y/(-l)}=\dfrac{-l}{f'}=\dfrac{250}{f'}>1$ ）$-l=250$取的是明视距离（单位mm）

$\tan w=\dfrac{y}{250}$

> 视放大率与目镜焦距有关，与物距无关；



$$\tan\omega=\frac{y}{-l}\qquad\qquad \tan\omega'=\frac{y}{f'}$$

$$\text{视放大率}\quad \Gamma=\frac{\tan\omega'}{\tan\omega}=\frac{-l}{f'}=\frac{250}{f'}$$

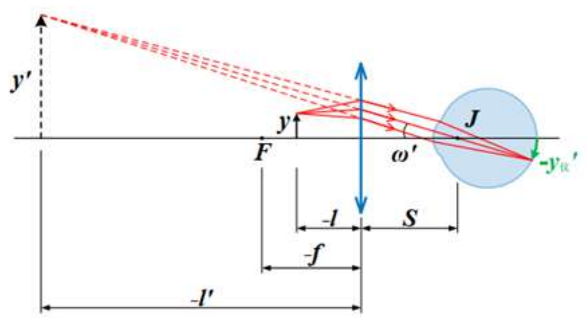
放大镜的光束限制：眼睛瞳孔 —— 孔径光阑（出瞳）；放大镜边框 —— 渐晕光阑 (目镜)

放大镜焦距$f'=25$ mm，通光口径$D=18$ mm，眼睛距放大镜$S=50$ mm，像距离眼睛在明视距离250 mm，渐晕系数$K_D=0.5$，试求：

① 视放大率；

② 线视场；

③ 物体的位置



① 视放大率

人眼直接观察明视距离处物体

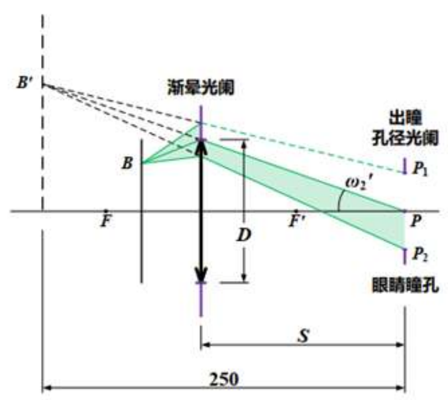
$$\tan\omega=\frac{y}{250}$$

人眼通过放大镜观察明视距离处的像

$$\tan\omega'=\frac{y'}{250}=\frac{f'-l'}{f'}\times\frac{y}{250}$$

视放大率

$$\Gamma=\frac{\tan\omega'}{\tan\omega}=\frac{f'-l'}{f'}=\frac{f'+(S-l')-S}{f'}=1+\frac{S-l'}{f'}-\frac{S}{f'}=1+\frac{250}{25}-\frac{50}{25}=9$$



② 线视场

$$\tan\omega'=\frac{D/2}{S}=\frac{9}{50}=0.18$$

$$\tan\omega=\frac{\tan\omega'}{\Gamma}=\frac{0.18}{9}=0.02$$

$$2y=2\times250\times\tan\omega=10\ \text{mm}$$

③ 物体位置

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$$

$$l'=-(250-S)=-200\ \text{mm}$$

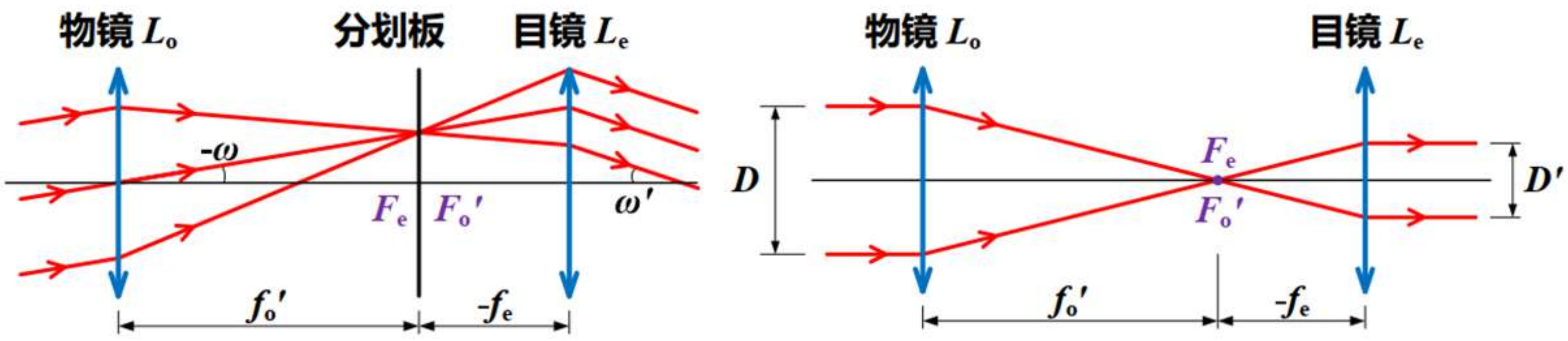
$$f'=25\ \text{mm}$$

$$\Rightarrow\quad l=\frac{l'f'}{f'-l'}=\frac{-200\times25}{25-(-200)}\approx-22.22\ \text{mm}$$

★望远镜

D'不是D_e，目镜不是出瞳

概述：望远镜是一种大孔径，小视场的光学系统，需要校正的像差有球差、慧差、位置色差，像差大小与孔径有关



将无限远目标成像在无限远的无焦系统（$f'=\infty$）物镜像方焦点F_o'与目镜物方焦点F_e重合， 光学间隔$\varDelta=0$

入射窗与出射窗的位置均为无穷大 $(-\infty,+\infty)$

分划板位于目镜的物方焦平面（物镜的像方焦平面）；分划板为视场光阑（限制成像光束宽度）， 物镜为孔径光阑（限制成像范围）

放大率

对于有分划板的情况：物方视场角$2w = 2\tan^{-1}\dfrac{D_{分}/2}{f'_{物}}$ ，像方视场角$2w' = 2\tan^{-1}\dfrac{D_{分}/2}{f'_{目}}$

无分划板的情况，$D_{出} = 2f'\tan w$

理论放大率：（无限远入射）

$$\Gamma = \frac{\tan\omega'}{\tan\omega} = -\frac{f'_o}{f'_e} = -\left|\frac{D}{D'}\right|$$

> $\beta = 1/\Gamma,\quad \alpha = 1/\Gamma^2,\quad \gamma = \Gamma$ 在其后加上一个焦距为f'的透镜，组合系统的焦距为$\Gamma f'$

能被望远镜分辨的两点通过系统后所成的像对人眼的视角必须大于人眼的极限分辨角 $60''$

视角分辨率：$\dfrac{60''}{\Gamma}$ **衍射分辨率** $\varphi = \dfrac{1.22\lambda}{D} = \dfrac{140''}{D}$ 要求仪器的视角分辨率和衍射分辨率相等

$\dfrac{60''}{\Gamma} = \dfrac{140''}{D}$ 可得到有效放大率（工作放大率） $\Gamma_{有} = \dfrac{60''}{\varphi} = \dfrac{D_{入}}{2.3}$ （指出满足工作放大率时候用）

（根据放大率公式可知出瞳直径D'为2.3mm，题目未明确给出入瞳直径，则出瞳直径认为是2.3mm，利用放大率公式计算入瞳直径）

> **当望远镜的实际放大率超过有效放大率时，虽然仪器的视角分辨率提高了，但收到衍射分辨率的限制，不能看清更多的物体细节**（问答题）

实际放大率$\Gamma = \tan w_{仪}/\tan w_{眼} = -\dfrac{y'/f'_e}{y/d}$

物镜

首先确定目镜焦距 f'_e，物镜焦距 f'_o 是目镜焦距 f'_e 的 Γ 倍 $f'_o = -\Gamma \times f'_e$

校正球差，慧差，位置色差；（反射式望远镜没有色差）

> Γ 与物体位置无关，仅取决于望远镜的结构参数 ($f_0{}'$ 和 $f_e{}'$)
>
> 增大 f'_0 (减小 f'_e)，可增大 Γ；出瞳 D' 要与眼瞳匹配，增大 D 可增大 Γ, 但镜筒长度 L 增大
>
> Γ 可正可负，取决于 $f_e{}'$ 的符号 (物镜只能是正透镜)

目镜

入瞳矩l_z：目镜前表面顶点到入瞳（物镜）的距离

出瞳矩l'_z：目镜后表面顶点到出瞳的距离

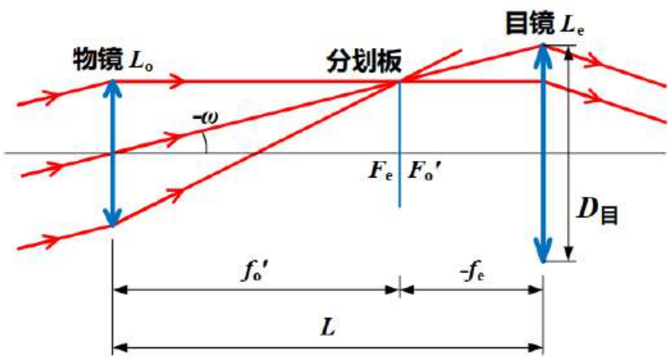
计算出瞳距公式：$\dfrac{1}{l'_z} - \dfrac{1}{l_z} = \dfrac{1}{f'_e}$ （望远镜 $|\dfrac{l'_z}{l_z}| \neq \dfrac{D}{D'}, \dfrac{f'_o}{f'_e} = \dfrac{D}{D'}$，显微镜 $|\dfrac{l'_z}{l_z}| = \dfrac{D}{D'}$）

渐晕为0.5时，目镜口径为$D_e = 2L\tan w$

工作距离S：目镜第一面顶点到其物方焦平面的距离

仪器视度值为 SD, 即 $x' = \dfrac{1000}{\mathrm{SD}}$ 由牛顿公式得$x = \dfrac{-f'^2_e}{x'} = \dfrac{-\mathrm{SD}\cdot f'^2_e}{1000}$

可在 ±5 屈光度范围内调节 目镜最大轴向移动距离 $x = -\dfrac{\pm5 f'^2_e}{1000}$



3、为看清 4km 处相隔 150mm 的两个点（设$1' = 0.0003rad$），若用开普勒望远镜观察，则：

（1）求开普勒望远镜的正常放大倍率；

（2）若筒长$L = 100mm$，求物镜和目镜的焦距；

（3）若物镜框是孔径光阑，求出瞳距离；

（4）为满足工作放大率的要求，求物镜的通光孔径；

（5）视度调节在±5D（屈光度），求目镜的移动量；

（6）若物方视场角$2\omega = 8^\circ$，求像方视场角；

（7）渐晕系数$\boxed{K_D = 0.5,}$求目镜的通光孔径。

解答：

（1）正常放大倍率：

$$\begin{cases} \tan\omega = \dfrac{150}{4\times10^6} \\ \tan\omega' = 0.0003 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\Gamma| = \frac{\tan\omega'}{\tan\omega} = \frac{0.0003}{\frac{150}{4\times10^6}} = 8$$

（2）物镜和目镜的焦距：

$$\begin{cases} L = f_o' + f_e' = 100 \\ \Gamma = -\dfrac{f_o'}{f_e'} = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f_o' = 88.89mm \\ f_e' = 11.11mm \end{cases}$$

（3）出瞳距离：

$$\begin{cases} l_z = -L = -100mm \\ \dfrac{1}{l_z'} - \dfrac{1}{l_z} = \dfrac{1}{f_e'} \end{cases}$$

$$l_z' = \frac{l_z f_e'}{l_z + f_e'} = \frac{-100\times11.11}{-100+11.11} \approx 12.5mm$$

（4）物镜通光孔径：

$$\Gamma = \frac{D_入}{2.3}$$

$$\Rightarrow D_物 = D_入 = 2.3\Gamma = 2.3\times8 = 18.4mm$$

（5）目镜移动量：

$$x = -\frac{\pm5f_e'^2}{1000} = \frac{\pm5\times11.11^2}{1000} \approx \pm0.62mm$$

（6）像方视场角：

$$\Gamma = \frac{\tan\omega'}{\tan\omega} \Rightarrow \tan\omega' = \Gamma\tan\omega = 8\times\tan4^\circ \approx 0.5594$$

$$\Rightarrow 2\omega' \approx 58.45^\circ$$

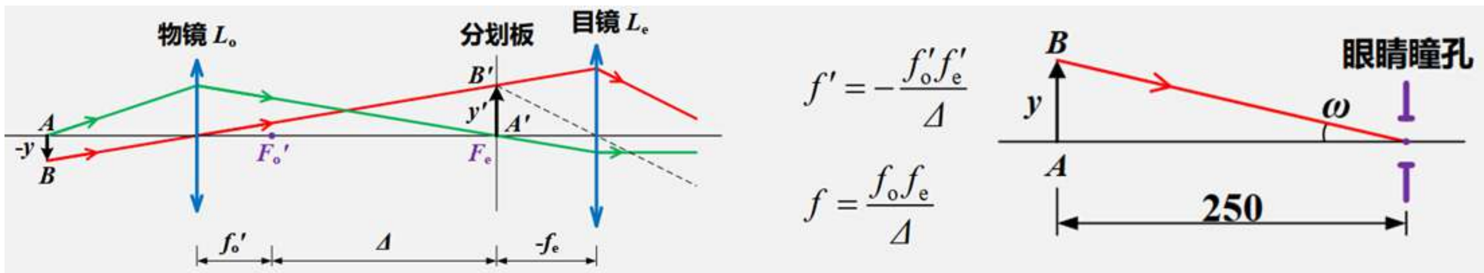
（7）目镜通光孔径：

$$D_目 = 2L\tan\omega = 2\times100\times\tan4^\circ \approx 13.99mm$$

显微镜

和望远镜一样，入瞳为物镜，出瞳为眼睛；功能的区别原因在于望远镜$\Delta = 0$，显微镜$\Delta \neq 0$

显微镜系统通常无渐晕，分划板为视场光阑，分划板位于目镜的物方焦平面上



光学间隔Δ值很大，f'和f很小

视放大率等于物镜垂轴放大率与目镜视放大率的乘积（下式的Δ相当于物镜的x'）

$$\Gamma = -\frac{250\Delta}{f_o'f_e'} = \left(-\frac{\Delta}{f_o'}\right)\times\left(\frac{250}{f_e'}\right) = \beta_o\Gamma_e \qquad \Gamma_e = \frac{250}{f_e}$$

> 将显微镜看作一个组合系统 $f' = -\dfrac{f_0'f_e'}{\Delta}$ $\quad \Gamma = \dfrac{250}{f'}$ 形式与放大镜相同
>
> 实质等同于放大镜，物镜放大率β_0一般小于0；

$$ny\sin U = n'y'\sin U' \rightarrow \text{NA} = n\sin U = \beta n'\sin U' \approx -\frac{x'}{f_o'}\frac{D'/2}{f_e'} = -\frac{\Delta}{f_o'f_e'}\frac{D'}{2} = D'/2f' = \frac{D'\Gamma}{500}$$

$\text{NA} = \dfrac{D'\Gamma}{500} \rightarrow$ 出瞳直径：$D' = \dfrac{500\text{NA}}{\Gamma}$（计算优先级较高，出现NA）

入瞳直径：$D_o = D = |\dfrac{l_z'}{l_z}|D'$（入瞳和出瞳关于目镜共轭）（显微镜 $\dfrac{D}{D'} \neq \Gamma$，望远镜 $\dfrac{D}{D'} = \Gamma$）

计算出瞳距公式：$\dfrac{1}{l_z'} - \dfrac{1}{l_z} = \dfrac{1}{f_e'}$ $\quad -l_z = l_0' + f_e'$，分划板在目镜物方焦平面上

分辨率：$\sigma = \dfrac{0.5\lambda}{\text{NA}}$（$\sigma$越小分辨率越高）

> 提高分辨率的方法：增大数值孔径NA，即增大物方孔径角U或增大物方折射率n；减小入射光波长；

> 目镜焦平面上可分辨距离$\sigma' = f\times\tan w$，物方可分辨最小距离$\sigma = \dfrac{\sigma'}{\beta_o}$

2、一显微镜物镜的垂轴放大率为$\beta=-3^x$，数值孔径$NA=0.1$，共轭距$L=180mm$，物镜框是孔径光阑，目镜焦距$f_e'=25mm$。

（1）求显微镜的视觉放大率；

（2）求出射光瞳直径；

（3）求出射光瞳距离（出瞳距）；

（4）斜入射照明时，$\lambda=0.55\mu m$，求显微镜的分辨率；

（5）求物镜的通光孔径；

（6）设物高$2y=6mm$，渐晕系数$K_D=0.5$，求目镜的通光孔径。

（1）目镜的视放大率：

$$\Gamma_e=\frac{250}{f_e'}=\frac{250}{25}=10$$

显微镜的视放大率：

$$\Gamma=\beta_o\Gamma_e=-3\times10=-30$$

（2）出射光瞳直径：

$$D_{出}=\frac{500\text{NA}}{|\Gamma|}=\frac{500\times0.1}{30}\approx1.67\text{mm}$$

（3）物镜的放大倍率为 -3，共轭距为 180 mm，结合高斯公式可得：

$$\begin{cases}\beta_o=\dfrac{l_o'}{l_o}=-3\\-l_o+l_o'=180\\\dfrac{1}{l_o'}-\dfrac{1}{l_o}=\dfrac{1}{f_o'}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}l_o=-45\text{mm}\\l_o'=135\text{mm}\\f_o'=33.75\text{mm}\end{cases}$$

物镜框是孔径光阑，出瞳和物镜关于目镜共轭，可得：

$$\begin{cases}l_z=-(l_o'+f_e')=-160\text{mm}\\\dfrac{1}{l_z'}-\dfrac{1}{l_z}=\dfrac{1}{f_e'}\end{cases}\Rightarrow l_z'\approx29.63\text{mm}$$

（4）显微镜分辨率：

$$\sigma=\frac{0.5\lambda}{NA}=\frac{0.5\times0.55}{0.1}=2.75\mu\text{m}$$

（5）物镜框是孔径光阑，物镜和出瞳关于目镜共轭。物镜通光孔径：

$$D_o=\left|\frac{l_z}{l_z'}\right|D_{出}=\frac{160}{29.63}\times1.67\approx9.02\text{mm}$$

（6）目镜通光孔径：

$$D_e=\left|\frac{l_o'+f_e'}{-l_o}\right|\cdot|2y|=6\times\left|\frac{135+25}{-45}\right|\approx21.33mm$$