大物实验

重点记忆

测量的要素：对象！、单位、方法、精度

误差来源：仪器误差!、方法误差、环境误差、人员误差

考卷中计算时可以把平均值的位数多留一位减小误差

σ留一位或者两位，但认为有效位数为1位

测量

基本概念：待测物理量与已知物理量比较，测量的读数加上单位记录下来就是数据

测量的要素：**对象！、单位、方法、精度**

测量的分类：

1、直接测量和间接测量：

> 直接测量：直接由仪器标尺(刻度)等读数而获得被测量的值的测量，称为直接测量
>
> 间接测量：找到这个量与某些能进行直接测量的量之间的函数关系(公式)

2、**等精度测量**和非等精度测量：

在测量过程中，影响测量结果的各种条件不发生改变的测量叫做等精度测量，反之为非等精度测量

测量准确度的大小根据相对误差大小判断；

误差

真值：任何一个物理量在某一时刻和某一位置或某一状态下的客观值

两种误差(**有正有负**)：

绝对误差：

> 绝对误差$\Delta' N$ = 测量值$N_i - $真值$N$
>
> 修正值Δ = 真值$N - $测量值$N_i = -$绝对误差$\Delta' N$
>
> 修正值$=-$零差(校准位置与0的差距) 无其他误差情况下

相对误差：$E = \frac{\text{绝对误差}\Delta' N}{\text{真值}N} \times 100\%$

误差来源：**仪器误差!、人员误差、方法误差、环境误差**

误差分类：系统误差(确定性)(不可能通过多次测量来减小或消除)、偶然误差(随机性)

精密度：重复测量数据相互**离散的程度**→偶然误差 (标准偏差描述合适)

正确度：实验结果与**真值的符合程度**→系统误差

准确度：精密度与正确度的综合反映→系统误差&偶然误差

两者都高则准确度高，两者之一低或两者都低则准确度低

直接测量偶然误差的估计

偶然误差服从**正态分布**，三个特征：**单峰性、有界性、对称性**

以算术平均值表示测量结果

	有限次测量	**无限次测量**
$N=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}N_i=\bar{N}$	**近真值**	真值
$\Delta \mathrm{N}_i=N_i-\bar{N}$	**偏差**	误差

用标准偏差估计误差

多次测量	**任意一次测量的标准偏差**	**算术平均值对真值的标准偏差**
公式	$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i-\bar{N})^2}{n-1}}$	$S_{\bar{N}}=\frac{S}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i-\bar{N})^2}{n(n-1)}}$
含义	表示多次测量中每次测量值的**分散程度**	平均值**偏离真值**的多少
n增加时	**变化慢**	**收敛快**
作用或用途	剔除坏值	**减小偶然误差**

算术平均值对真值的偏差$S_{\bar{N}}$是任一次测量值标准偏差S的$\sqrt{n}$分之一

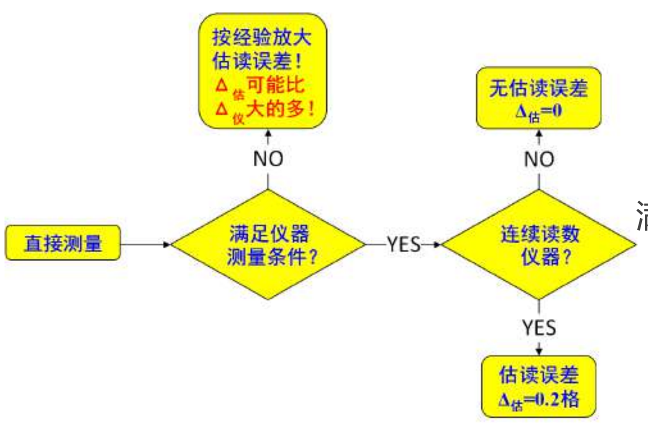
置信概率和置信限

一倍置信限	$N=\bar{N}\pm S_{\bar{N}}$	$p=68.3\%$
两倍	$N=\bar{N}\pm 2S_{\bar{N}}$	$p=95.4\%$
三倍	$N=\bar{N}\pm 3S_{\bar{N}}$	$p=99.7\%$

坏值：$N_i-\bar{N}\geq 3S$的值剔除(**写S**，不能写σ)　n少时不可靠，需满足$n>10$

估读误差$\Delta_{估}$

是误差类型中人员误差的主要部分



满足测量条件时$\Delta_{估}$为0.2格

钢卷尺最小刻度mm，一格$1mm$

对可估读仪器，**分辨率**一般是最小分度的0.1倍。对不可估读仪器，**分辨率**等于最小分度。

仪器误差$\Delta_{仪}$

> 1、仪器上直接标注
>
> 2、仪器上标注精度等级　级别$\%=\frac{\Delta_{仪}}{量程}\times 100\%$　$\Delta_{仪}$ =量程×级别%
>
> **电阻箱**：$\Delta_{仪}$ =示值×级别%！！！
>
> 3、隐含或说明书标注　钢直尺$\Delta_{直尺}=0.15mm$　钢卷尺$\Delta_{卷尺}=(0.2\cdot L+0.3)mm$

4、**估计仪器误差**(无规定也无说明时)

可连续读数仪器$\Delta_{仪}$为**最小刻度的一半**，不可连续读数的$\Delta_{仪}$为最小刻度(游标卡尺、数字式仪表)

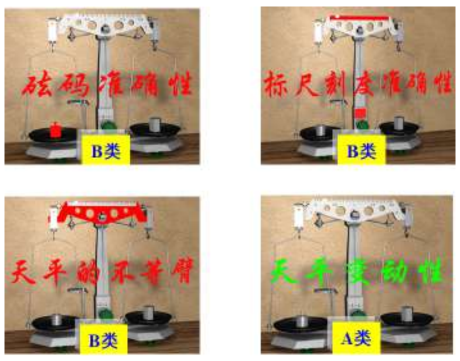
不确定度σ

作用：**测量的质量评定**　　　　含义：**对被测量值不能确定的程度**

计算时**角度应使用弧度单位**

直接测量的不确定度

分类：



	(一) A类不确定度u_A(可通过统计方法)(单次测量得不到)	(二) B类不确定度u_B(不可通过统计方法)
计算方法	平均值的标准偏差	用等价标准差$\Delta = Cu_j$估计
教材近似	只考虑S_N一个分量	仅考虑仪器误差$\Delta_{仪}$和估读误差$\Delta_{估}$两个分量，都假设为平均分布
计算公式	$u_A = S_{\bar{N}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i - \bar{N})^2}{n(n-1)}}$	$u_{\Delta_{仪}} = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} \quad u_{\Delta_{估}} = \frac{\Delta_{估}}{\sqrt{3}}$ $u_B = \sqrt{u_{\Delta_{仪}}^2 + u_{\Delta_{估}}^2}$
合成不确定度	$\sigma = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{u_A^2 + u_{\Delta_{估}}^2 + u_{\Delta_{仪}}^2}$	$u_{仪}$、$u_{\Delta_{估}}$ 是B类不确定度的两个分量

A类不确定度：如果发现个别数据偏差较大，应先计算任一次测量的标准偏差S，剔除坏值后再计算剔除后的$\bar{N}$和u_A

B类不确定度：正态分布$C = 3$，平均分布$C = \sqrt{3}$

间接测量的不确定度

对各物理量的关系**取对数求全微分**：

$$\ln N = \ln f(x, y, z, \cdots) \qquad \frac{dN}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}dx + \frac{\partial \ln f}{\partial y}dy + \frac{\partial \ln f}{\partial z}dz + \cdots$$

作用：分析各直接测量量**误差造成N的误差的大小和方向**，通过实验设计，减小N的误差，尽量“正负抵消”

不确定度的传递公式：$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \cdots}$

同样取对数　$\frac{\sigma_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 + \cdots}$

作用：计算间接测量量的不确定度σ_N

微小误差舍去原则：任一项小于另一项的**1/3**时→平方小于1/10→舍去

计算角度类不确定度要换成弧度计算　$1rad = 180^\circ/\pi \quad 1' \approx 0.0003rad$

总不确定度

$U = C\sigma$，C为置信因子，一般取1、2、3　　1: 0.683、2: 0.954、3: 0.997

测量结果表达式

$N = \bar{N} \pm \sigma$

书写表达式的注意事项：

> $\bar{N}$应先保留足够位数，多余位数“对齐”时截掉 (平均值时可以多保留一位或两位)

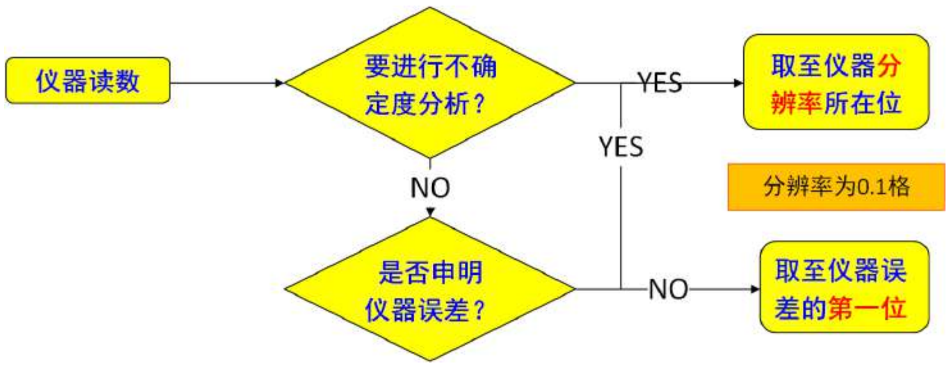
> $\sigma_{\bar{N}}$保留**一位或两位**，但σ的有效位数仍然是一位
>
> 对齐：eg：$N=(15.2734\pm0.0058)mm$(尾端小数对齐，**单位跟上**)
>
> 统一指数和单位

有效数字

偶然误差、仪器误差、估读误差、所有不确定度分量及合成不确定度、相对不确定度等的位数均是可疑的，**是1位有效数字**，常写成**2位可疑**

进行**单位换算**时，有效数字的**位数不变**

直接测量有效数字的确定——如何读数



根据$\Delta_{仪}$判断最大误差，再根据最小分度决定读到哪一位；

eg： 用一只准确度级别为 0.5 级, 量程为 $300\ \mathrm{mA}$, 最小分度值为 $2\ \mathrm{mA}$ 的 电流表测电流。由于该表的最大误差是 $300\ \mathrm{mA}\times0.5\%=1.5\ \mathrm{mA}$, 故应估读到 $1\ \mathrm{mA}$ 位

eg：用最小分度为$1mm$仪器误差不明确的塑料直尺测量长度，应读至最小分度(mm)的下一位，即$1/10mm$位

到最小刻度位的均为可靠数字，分辨率位的为可疑数字，有效位数即可靠数字位数

间接测量有效数字的确定——有效数字的运算法则

综合运算时假设每个数字都是测量值（有效数字），不是常数！

加减法

有效数字取到参与运算各数中**最靠前出现可疑数**的那一位

$62.\bar{5}+1.23\bar{4}=63.\bar{7}$ $\begin{array}{r} 62.\bar{5} \\ +\quad 1.23\bar{4} \\ \hline 63.\bar{7}\bar{3}\bar{4} \end{array} = 63.\bar{7}$ $\qquad 63.\bar{7}-5.4\bar{3}=58.\bar{3}$ $\begin{array}{r} 63.\bar{7} \\ -\quad 5.4\bar{3} \\ \hline 58.\bar{2}\bar{7} \end{array} = 58.\bar{3}$

乘除法：

结果的有效数字与参与运算各数中**有效数字位数最少**的为准

$3.2\bar{1}\times6.\bar{5}=2\bar{1}$ $\begin{array}{r} 3.2\bar{1} \\ \times\quad 6.\bar{5} \\ \hline \bar{1}\bar{6}\bar{0}\bar{5} \\ +\ 192\bar{6} \\ \hline 2\bar{0}.\bar{8}\bar{6}\bar{5} \end{array} = 2\bar{1}$ $\qquad 2\bar{1}\div21.84\bar{3}=0.9\bar{6}$

乘方与开方

结果的有效数字与其底或被开方数的**有效数字位数**相同。 $10\bar{0}^2=10\bar{0}\times10^2$ $\quad\sqrt{10\bar{0}}=10.\bar{0}$ $\quad\sqrt{4\bar{9}}=7.\bar{0}$ $\quad4.\bar{0}^2=1\bar{6}$

对数

$\lg x$的**尾数**与x的**位数**相同 $\lg10\bar{0}=2.00\bar{0}$ $\quad\lg1.98\bar{3}=0.297322714\Rightarrow0.297\bar{3}$ $\quad\lg198\bar{3}=3.29722714\Rightarrow3.297\bar{2}$

结果小数点后的位数和原数字位数相同

自然数与常数

自然数、常数不是测量值，不存在误差，是**无穷位有效数字**

位数保留到与参加运算的测量值中**有效数字位数最少的位数**多取一位或相同。

$R=2.35cm$　π取3.142或3.14

数据处理

列表法

优点：明确、有序、简洁

作图法

优点：直观、规律

作用：

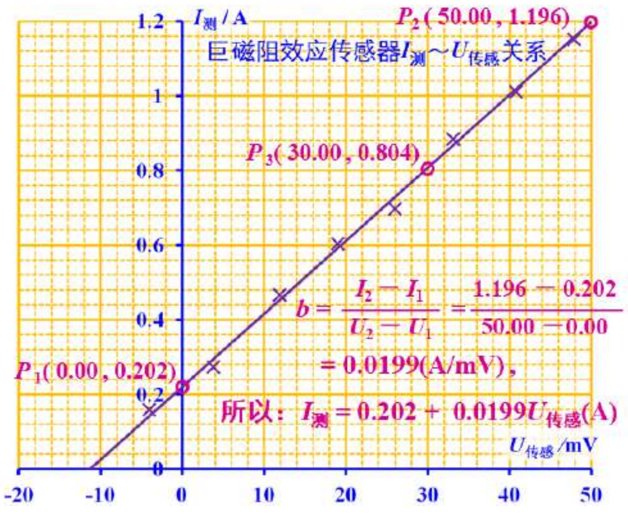
> 1、可以发现误差和坏值
>
> 2、求经验公式：求拟合直线$y=a+bx$的斜率b和截距a
>
> 3、内插及外推：得到图中线性范围的值，也可推测范围外的值(但需要谨慎，不一定都是线性的)
>
> 4、作修正曲线及校准曲线 ：校正曲线为折线图，相邻试验点用直线连接
>
> 5、曲线改直(指对数)

作图规则：

> 1、决定作图参量、选取坐标纸，画坐标轴，**刻度(比例不用3、6、7、9)**
>
> 2、标明**坐标轴(单位)**和**图名**
>
> 在横纵坐标上应标出物理量(符号)、单位、分度值
>
> 3、标点：×、○、△ 、□、I、等，不用 · 、● (作图时标点的中心要落在数据坐标上)
>
> 4、连线：平滑曲线、**拟合直线**、校正曲线(各相邻校验点用直线段连接);

注意事项：坐标轴不必等比例；坐标轴不必过原点；刻度简单，不按有效数字规则；斜率越大横坐标数据间隔应越小

计算直线方程的规则：

> 1、**不能用数据点**，在拟合直线上**两端数据点附近取点求斜率**，用不同的数据标记。
>
> 2、取点要估读到坐标**1/10格**，并按**有效数字规则**写出点的坐标。
>
> 3、计算斜率和截距要过程完整，按有效数字规则算。
>
> 
>

逐差法

把实验测量数据中的因变量**依顺序分为两组**实行对应项相减之差作为因变量的(等精度)多次测量值，然后求算术平均值的处理数据的方法

原因：如果逐项相减就只剩首尾两项，失去多次测量的意义，所以分组对应相减

优点：充分利用数据

缺点：不确定度比最小二乘法大

最小二乘法

计算过程不宜用有效数字的计算法则，否则会引入较大的计算误差

如果 x 与 y 的相关性好, 粗略考虑 a 的有效位数的最后一位与 y 的有效数字最后一位对齐,

b 的有效数字与 $y_k - y_1$ 和 $x_k - x_1$ 中有效位数较少的相同

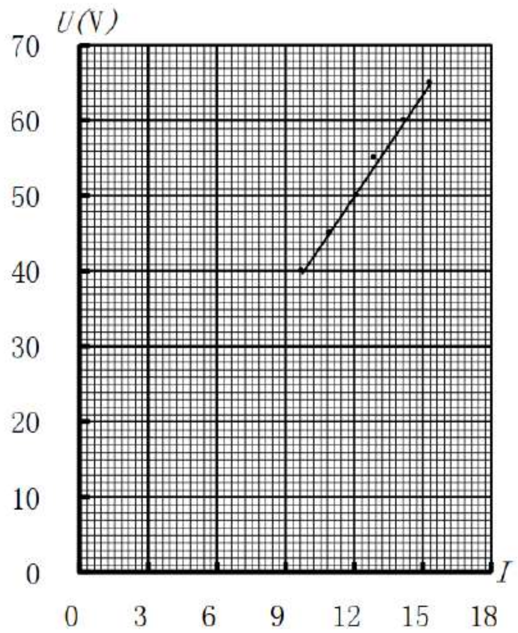
推导过程用到最小误差的方法，残差的平方和$\sum\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2$最小.

$y = a + bx$ (线性关系) $y = ae^{bx} + c$(指数关系)

公式不要求背，知道求解，相关系数 r 以及 a 和 b 的不确定度不要求掌握。

求解过程就是有效位数的运算法则

模拟题

> 1. 能取真值的数都取真值计算，如计算单摆周期时g应取$9.792m/s^2$
> 2. 
>
>
>   答:图中不符合作图规则的地方有：(a）无标题(b）坐标范围不合理(c）横坐标无单位
>
>   (d）横坐标不应该用3倍放大(e)标点不应该用小圆点(f）数据点不应该在直线一旁。
> 3. Δ两者之间差$1/3$倍可以忽略
> 4. 测量结果表达式$N = \bar{N} \pm \sigma$(单位)表示的**物理意义**是：真值在$(\bar{N} - \sigma, \bar{N} + \sigma)$之间的概率为68.3%
> 5. 测量准确度的大小根据**相对误差大小**判断
> 6. 仪器误差=精度%×量程
> 7. 电子仪器无估读误差，不连续；
> 8. 作图时，应在横坐标上标出**物理量(符号)，单位，分度值**
> 9. 测得单摆 100 个周期的时间 t 求周期 T, 已知 t 的仪器误差为 0.5 s, 不存在估读误差, 则 T 的 B 类不确定度为
>
>   因为$T = t/100$，所以$u_{B_T} = 1/100 u_{B_t}$

课本

1. 最小分度值为 $30''$ 的测角仪测得角度刚好为 60° 整, 测量结果表示为 $\varphi = 60^\circ \pm 30''$ 。(×)

   应该表示成$\varphi = 60^\circ 0'' \pm 30''$
2. $V = (1000 \pm 1)\mathrm{cm}^3$, 求$\frac{1}{V}$

$$令z = \frac{1}{V} = \frac{1}{1000} = 1.000 \times 10^{-3}\left(\mathrm{cm}^{-1}\right), \frac{\sigma_z}{z} = \left|\frac{\sigma_V}{V}\right| = \frac{1}{1000} = 0.1\%,$$

$$\sigma_z = 0.1\% \times z = 1 \times 10^{-6}\left(\mathrm{cm}^{-1}\right), \frac{1}{V} = z = (1000 \pm 1) \times 10^{-6}\left(\mathrm{cm}^{-1}\right)$$

   $\ln z = \ln \frac{1}{V} = -\ln V$
3. $x = 18^\circ 12', x$ 的不确定度是 $1' \approx 0.0003\mathrm{rad}$, 求 $\cos 18^\circ 12'$ 的有效数字

$x=18^\circ 21'\pm 1',\quad \sigma_x=1'=0.0003\mathrm{rad},$

$\sigma_{\cos x}=\sqrt{\left(\frac{\partial\cos x}{\partial x}\sigma_x\right)^2}=|\sin x|\,\sigma_x=\sin 18^\circ 21'\times 0.0003\mathrm{rad}=0.00009,$

$\cos x=\cos 18^\circ 21'=0.94915\pm 0.00009$, 有效数字为五位

4. 用复摆公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$, 通过测周期 T 来测摆长 l 。已知 g, 其相对不确定度约为 0.2%; 采用仪器误差为 $\Delta T=0.1\ \mathrm{s}$ 的数显光电门计时器测得周期 $T\approx 2\ \mathrm{s}$ 。要求 l 的相对不确定度小于 1%, 问: 至少应该测多少个周期才能满足要求?

$$l=g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2=g\left(\frac{t}{2n\pi}\right)^2,\quad \sigma_t=\sigma_T=\frac{\Delta_T}{\sqrt{3}}=\frac{0.1s}{1.7}=0.06s,\text{(电子仪器无估读误差，仪器误差同)}$$

$$\because\quad \frac{\sigma_1}{l}=\sqrt{\left(\frac{\partial\ln l}{\partial t}\sigma_t\right)^2}=\frac{2\sigma_t}{t}=\frac{2\sigma_t}{nT}\le 1\%,\quad \therefore\quad n\ge\frac{2\sigma_t}{1\%\times T}=\frac{2\times 0.06}{0.01\times 2}=6,\text{至少为 6 周期}$$

5. 不确定度传递公式：$V=\frac{\pi d^2 h}{4}$

$$\sigma_V=V\frac{\sigma_V}{V}=\frac{\pi d^2 h}{4}\sqrt{\left(\frac{\partial\ln V}{\partial d}\sigma_d\right)^2+\left(\frac{\partial\ln V}{\partial h}\sigma_h\right)^2}=\frac{\pi d^2 h}{4}\sqrt{4\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2+\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2}$$

表达式是一堆未知量乘在一起的用相对不确定度的计算方法更容易算不确定度

6. 水的表面张力$\gamma\left(10^{-3}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}\right)$ 在不同温度时其数值如下表所示:

$t/{}^\circ\mathrm{C}$	10	20	30	40	50	60
$\gamma/\left(10^{-3}\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}\right)$	74.22	72.75	71.18	69.56	67.91	66.18

逐差法:

$$\begin{aligned}a&=\frac{(\gamma_4-\gamma_1)+(\gamma_5-\gamma_2)+(\gamma_6-\gamma_3)}{(a_4-a_1)+(a_5-a_2)+(a_6-a_3)}=\frac{(69.56-74.22)+(67.91-72.75)+(66.18-71.18)}{(40-10)+(50-20)+(60-30)}\\&=\frac{(-4.66)+(-4.84)+(-5.00)}{30+30+30}=\frac{-14.50}{90}=-0.16\left(\times 10^3\cdot N\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}\right)\end{aligned}$$

因为: $\gamma=aT-b$, 所以: $\bar{\gamma}=a\bar{T}-b, b=a\bar{T}-\bar{\gamma}$

$$\bar{\gamma}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\gamma_i=\frac{74.22+72.75+71.18+69.56+67.91+66.18}{6}=\frac{421.80}{6}=70.30\left(\times 10^3\cdot N\cdot m^{-1}\right)$$

$$\bar{T}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}T_i=\frac{10+20+30+40+50+60}{6}=\frac{210}{6}=35.0\,({}^\circ\mathrm{C})=35.0+273.15=308.2(K)$$

$$b=a\bar{T}-\bar{\gamma}=-0.16\times 308.2-70.30=-49-70.30=-119\left(\times 10^3\cdot N\cdot m^{-1}\right)$$