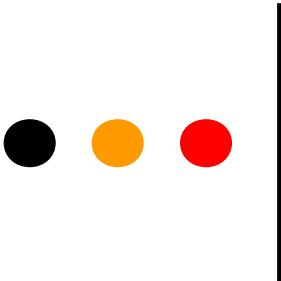




第六章

系统的性能指标与校正



本章所要解决的问题

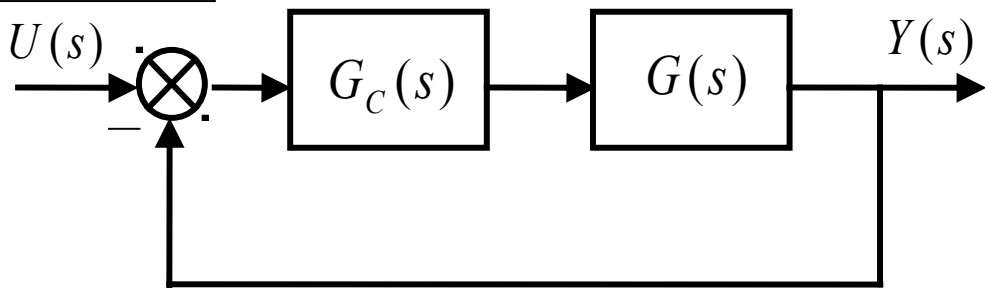
- 当系统不满足“稳”、“准”、“快”等这些要求时，采取什么措施使之达到我们的要求——校正。

$$G(s) = \frac{K \prod_{j=1}^m (s - z_j)}{s^v \prod_{i=1}^n (s - p_i)}$$

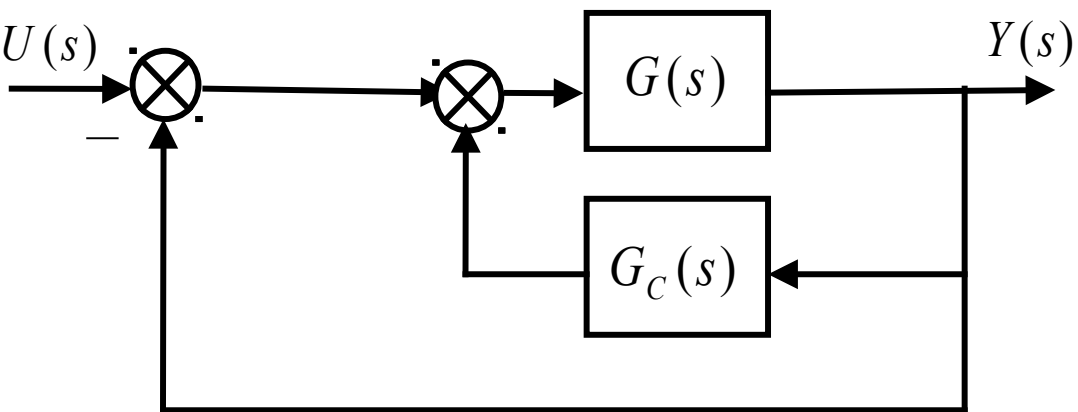
- 所以，仅仅调整增益是不够的，这时需要采取一些其它方式，如给系统增加一些校正（环节）。

校正的分类

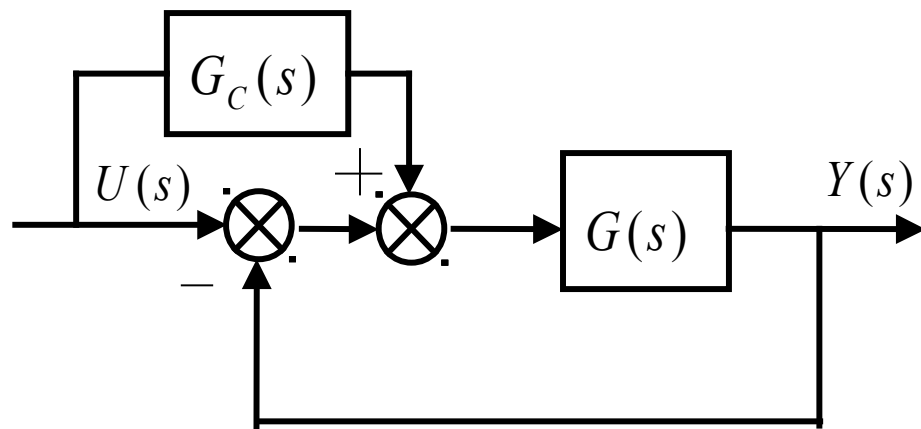
串联校正



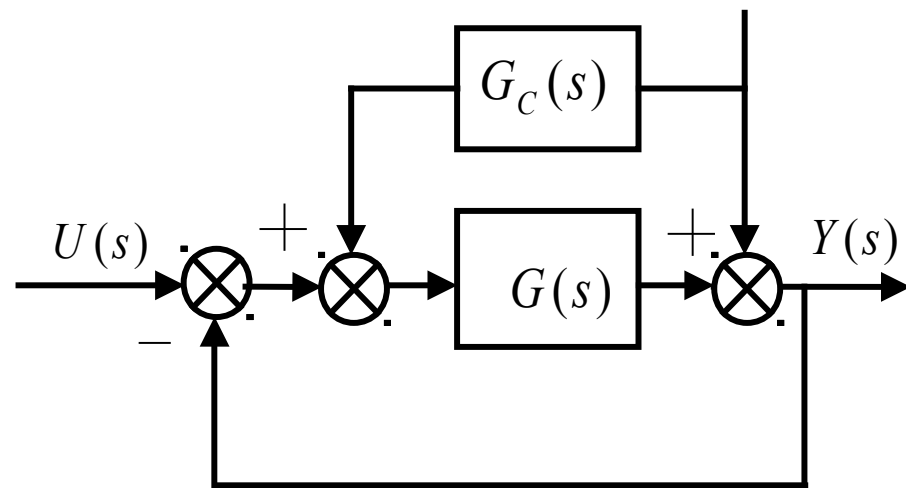
并联（反馈）校正



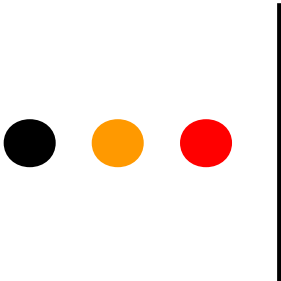
顺馈校正



按输入补偿

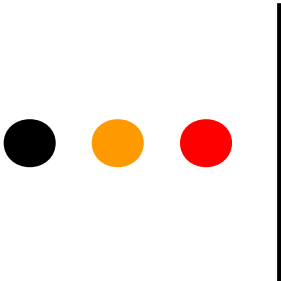


按误差补偿



本章主要内容

- 6.1 系统的性能指标
- 6.2 校正的概念
- 6.3 串联校正
- 6.4 PID 校正
- 6.5 并联（反馈）校正



6.1 系统的性能指标

6.1.1 时域性能指标

- 上升时间 t_r
- 峰值时间 t_p
- 百分比超调量 M_p
- 调节时间 t_s
- 振荡次数 N
- 稳态误差

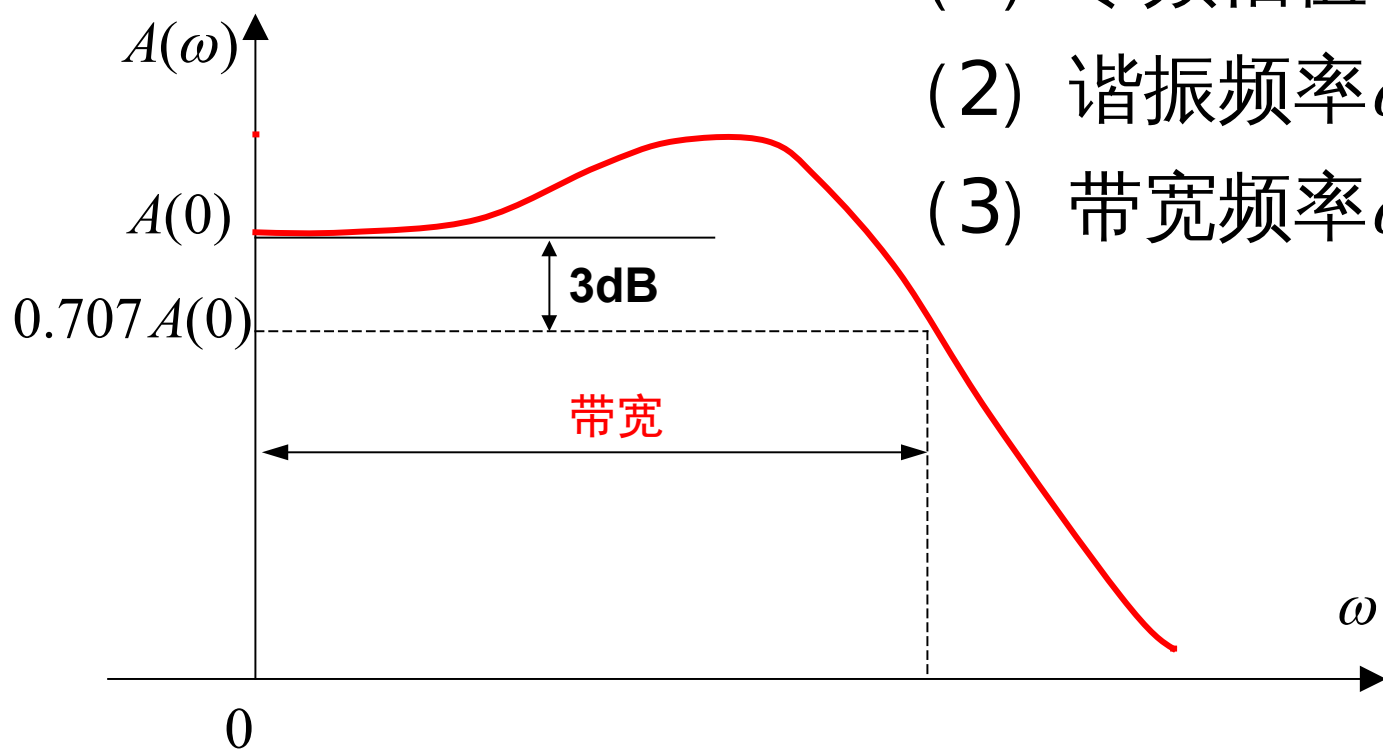


瞬态性能指标



稳态性能指标

6.1.2 频域性能指标

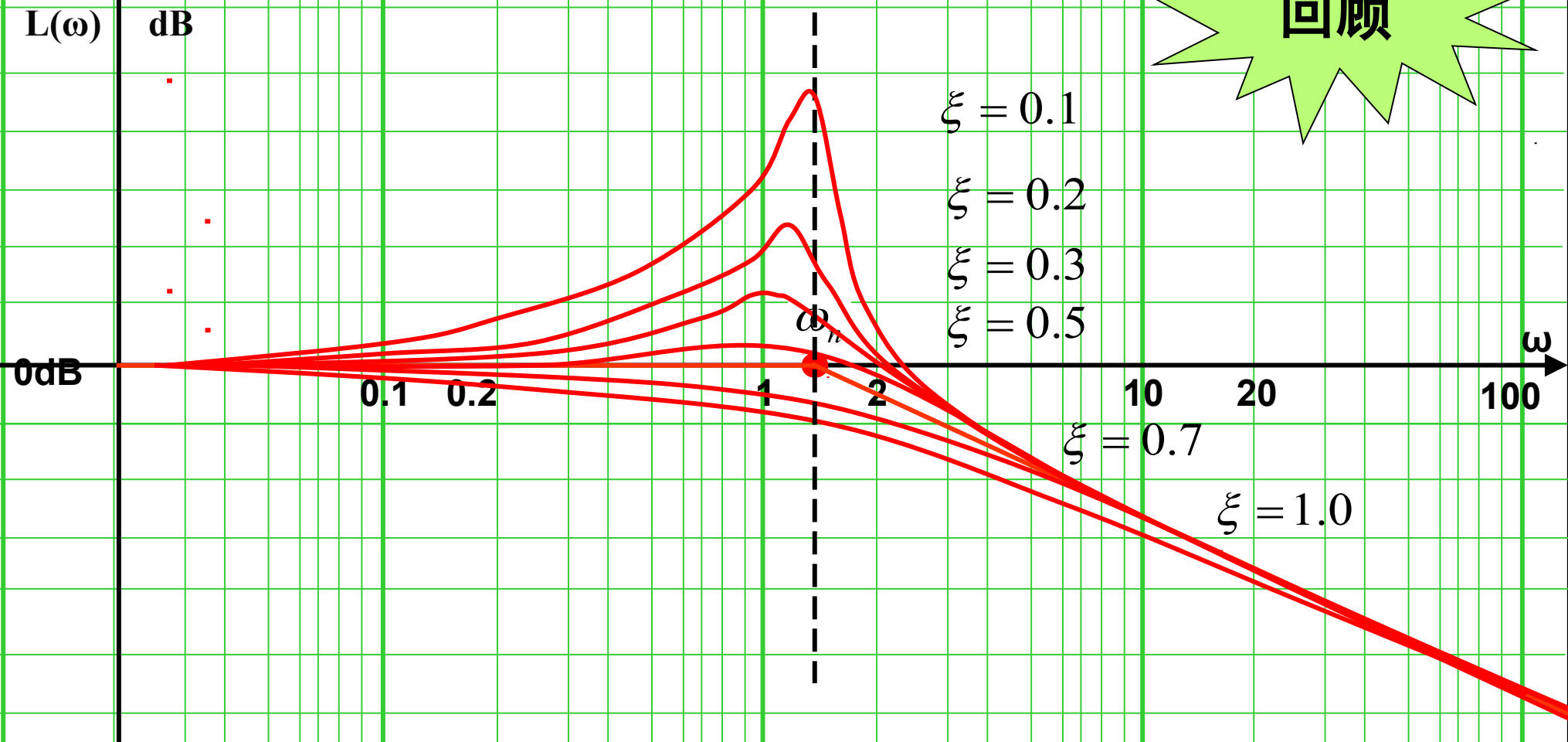


(1) 零频幅值 $A(0)$

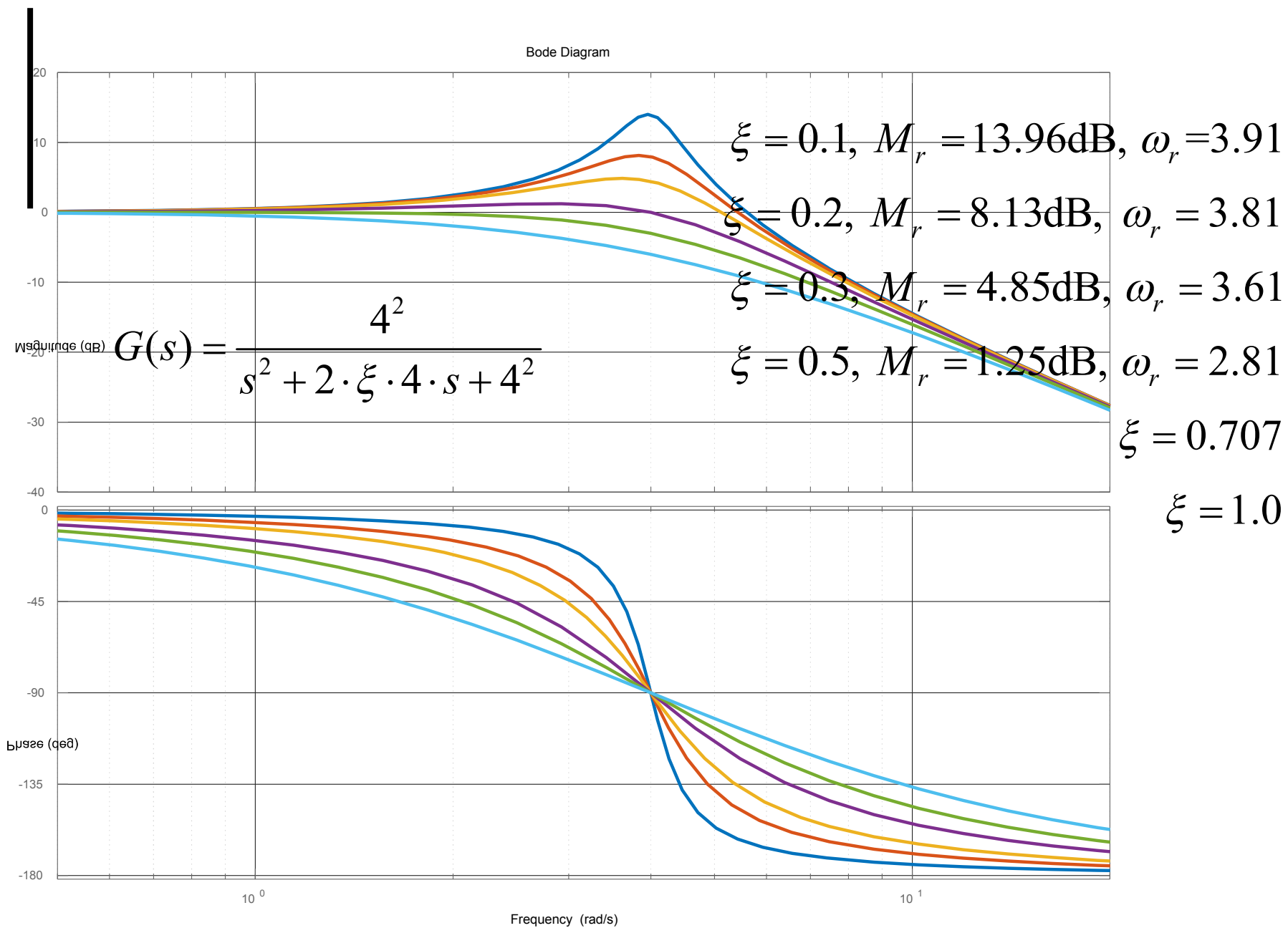
(2) 谐振频率 ω_r 与谐振峰值 M_r

(3) 带宽频率 ω_b ，带宽 $0 \sim \omega_b$

振荡环节幅频特性



回顾



回顾

谐振频率与 谐振峰值的概念

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2}}$$

令

$$\frac{d}{dt} g(\omega) = 2(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})(-2\frac{\omega}{\omega_n^2}) + 2(2\xi \frac{\omega}{\omega_n})2\xi \frac{1}{\omega_n} = 0$$

$$g(\omega) = \left[\frac{\omega^2 - \omega_n^2(1 - 2\xi^2)}{\omega_n^2} \right]^2 + 4\xi^2(1 - \xi^2)$$

$$g(\omega) = (1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2})^2 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

谐振频率

ω_r 与 ω_n 成正比!!!

$$M_r = G(j\omega_r) = \frac{1}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}}$$

$$0 \leq \xi \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.707$$

谐振峰值

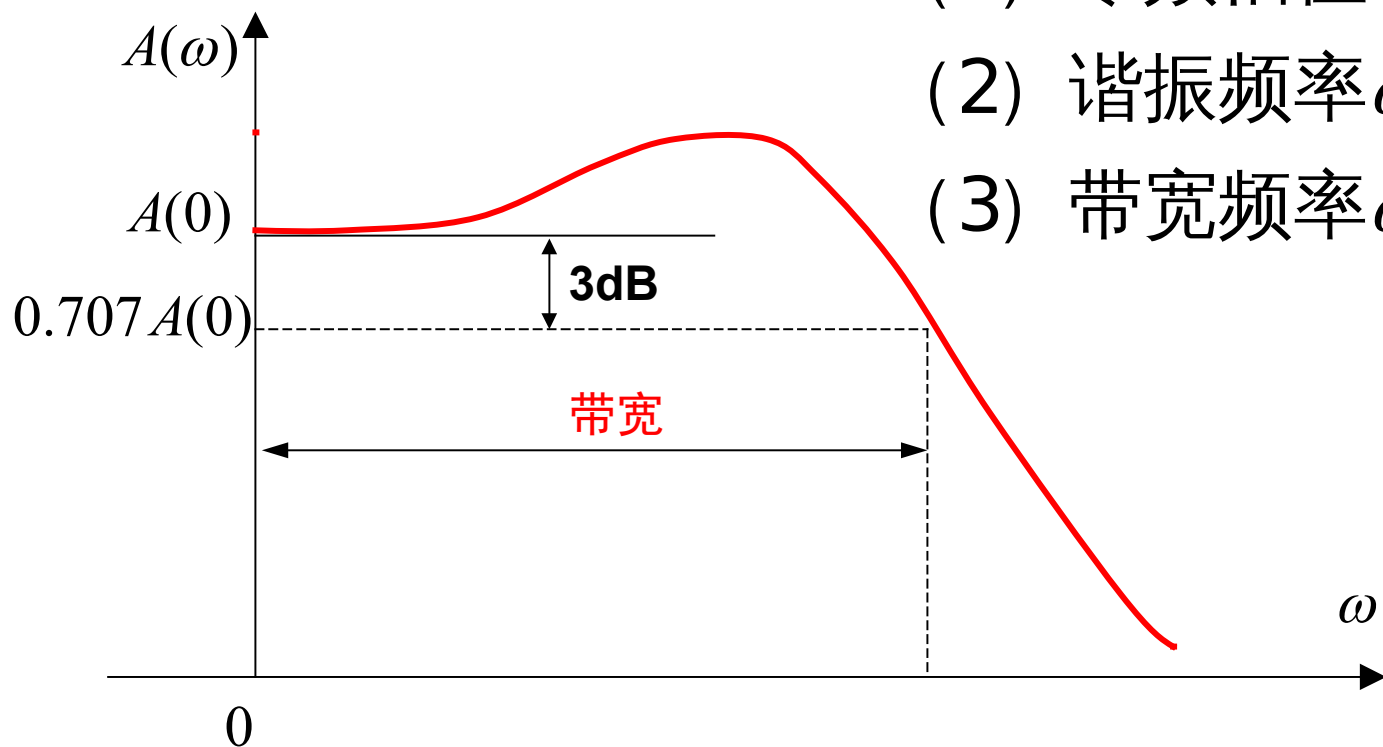
当 $\xi > 0.707$ 时，幅值曲线不可能有峰值出现，即不会有谐振

6.1.2 频域性能指标

(1) 零频幅值 $A(0)$

(2) 谐振频率 ω_r 与谐振峰值 M_r

(3) 带宽频率 ω_b ，带宽 $0 \sim \omega_b$



【带宽频率 ω_b 】：幅频特性 $A(\omega)$ 的数值由零频幅值 $A(0)$ 下降 $3dB$ 时的频率，即 $A(\omega)$ 由 $A(0)$ 下降到 $0.707 A(0)$ 时的频率。

ω_b 与 ω_n 的关系

幅频特性 $|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$

根据带宽频率定义可知， $\omega = \omega_b$ 时，系统幅值是零频幅值的0.707倍。

因此

$$\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_b^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_b}{\omega_n}\right)^2} = \sqrt{2}$$

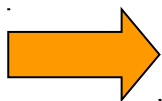
ω_b 与调节时间成反比！！

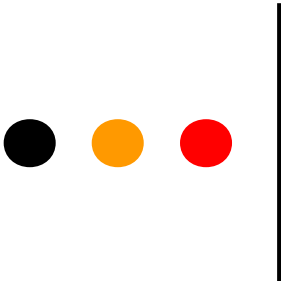
$$\frac{\omega_b^2}{\omega_n^2} = (1 - 2\xi^2) \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1}$$

ω_r 与调节时间成反比！！

$$\omega_b = \omega_n \left[(1 - 2\xi^2) \pm \sqrt{(1 - 2\xi^2)^2 + 1} \right]$$

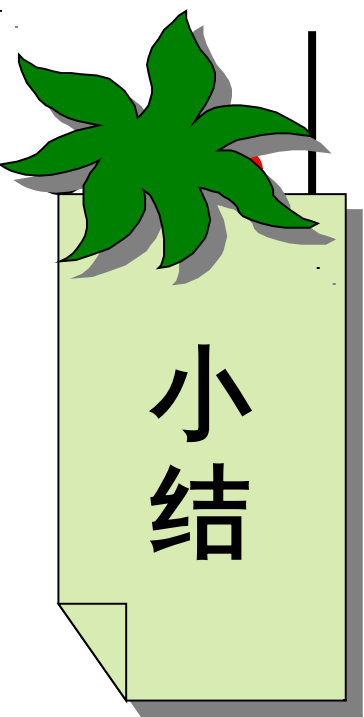
显见， ω_b 正比于 ω_n 。





说明

- 有时带宽频率 ω_b 也被称为“截止频率”，容易和 ω_c 混淆，注意区分！
- 表示超过此频率后，输出就急剧衰减，跟不上输入；
- 带宽越大，系统的动态性能越好。



时域指标与频域指标的对应关系

二阶规范型系统:

谐振峰值: $M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}, \xi \leq 0.707$

谐振频率: $\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2}, \xi \leq 0.707$

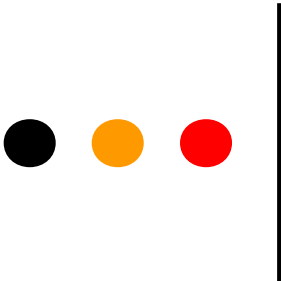
带宽频率: $\omega_b = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2 + \sqrt{2-4\xi^2 + 4\xi^4}}$

截止频率: $\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1+4\xi^4} - 2\xi^2}$

相位裕度: $\gamma = \arctan \frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{1+4\xi^4} - 2\xi^2}}$

超调量: $M_p \% = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times \%$

调节时间: $t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n}$ 或 $\omega_c t_s = \frac{7}{\text{tg}\gamma}$



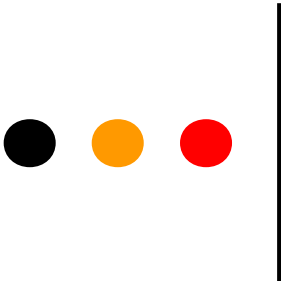
高阶系统

谐振峰值: $M_r = \frac{1}{\sin \gamma}$

超调量: $\sigma = 0.16 + 0.4(M_r - 1)$, $1 \leq M_r \leq 1.8$

调节时间: $t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c}$, 其中 $K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2$

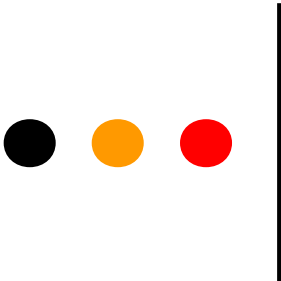
频率响应法的基本思路: 引入校正装置, 改变开环频率特性曲线的形状, 使校正后系统具有满意的性能。



开环频率特性系统设计，应注意以下几点：

(1) 稳态特性

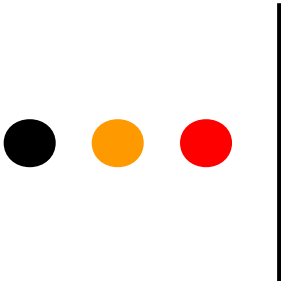
如果要求系统具有一阶或二阶无静差特性，则开环对数幅频特性的低频段应有 -20db/dec 或 -40db/dec 的斜率，同时为保证系统的稳态精度，低频段应有较高的增益。



开环频率特性系统设计，应注意以下几点：

(2) 动态特性

为了保证系统具有一定的稳定裕度，动态过程有较好的平稳性，一般要求系统的开环对数幅频特性以 -20db/dec 斜率穿过零分贝线，且具有一定的宽度，力求有尽可能大的增益剪切频率，以提高闭环系统的快速性。

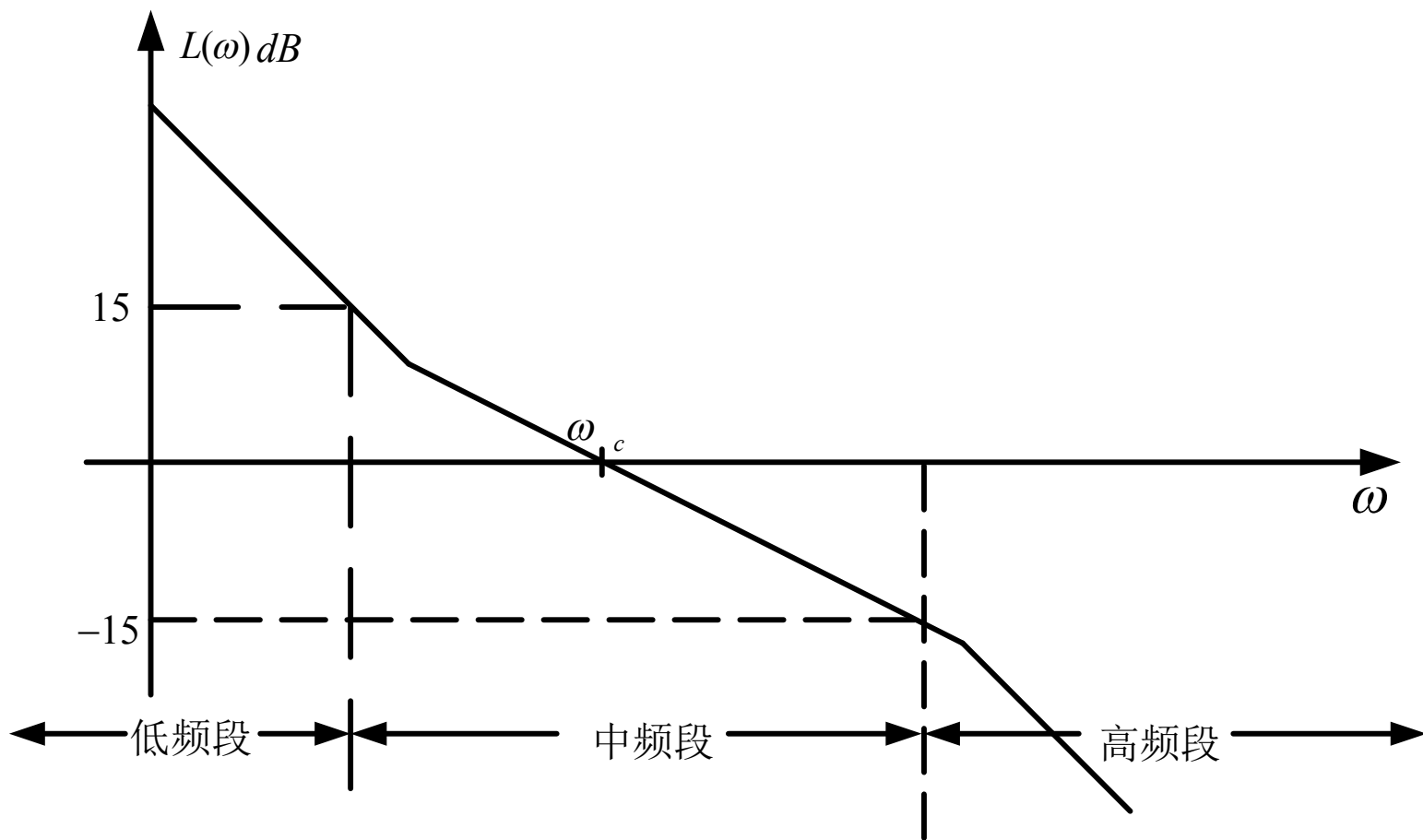


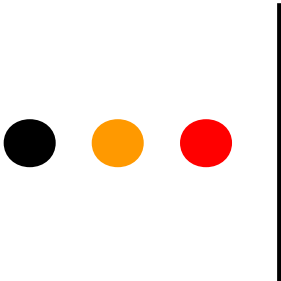
开环频率特性系统设计，应注意以下几点：

（3）抗干扰性

为了提高系统抗高频干扰的能力，开环对数幅频特性高频段应有较大的斜率。系统的高频段特性是由小时间常数的环节决定的，由于其转折频率远离 ω_c ，所以对系统动态响应影响不大。但从系统的抗干扰能力来看，则需引起重视。

三个频段的概念

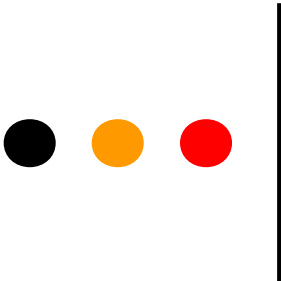




控制系统的校正方法

1. 分析法

- 分析法实际上是一种试探的方法，可归结为：
- 原系统频率特性 + 校正装置频率特性 = 希望频率特性
- 从原有的系统频率特性出发，根据分析和经验，选取合适的校正装置，使校正后的系统满足性能要求。

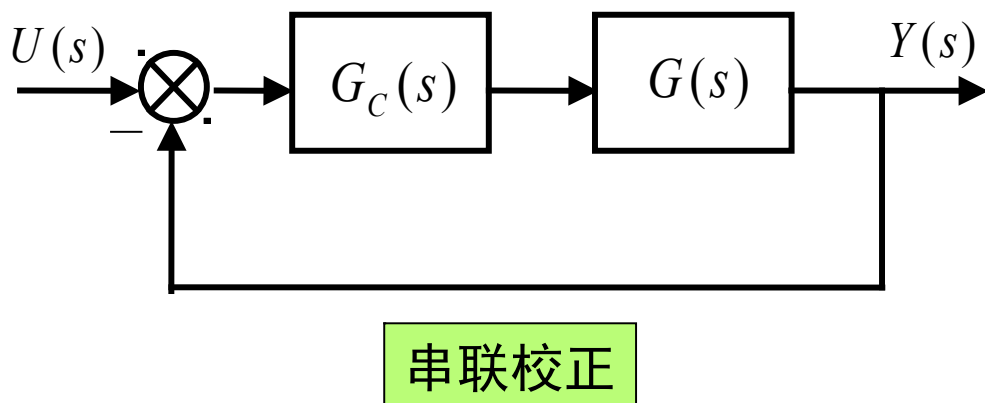


控制系统的校正方法

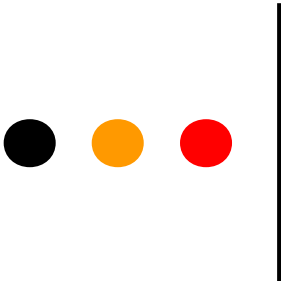
2. 综合法

- 希望频率特性 原系统频率特性 = 校正装置频率特性
- 根据对系统品质指标的要求，求出能满足性能的系统开环频率特性，即希望频率特性。再将希望的频率特性与原系统的频率特性相比较，确定校正装置的频率特性。

6.3 串联校正



- 增益调整
- 相位超前校正
- 相位滞后校正
- 相位滞后—超前校正



6.3.1 相位超前校正

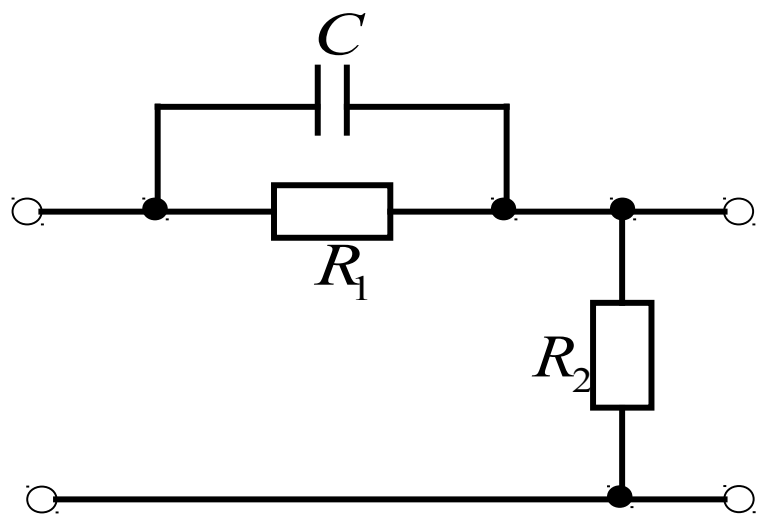
原理

- 增加系统的开环增益可以提高系统的响应速度
 - 使剪切频率变大，加大了带宽
 - 同时使稳定性下降
- 所以，要预先在剪切频率的附近和比它还要高的范围内使相位提前一些，再增加增益就不会损害稳定性。

相位超前校正环节

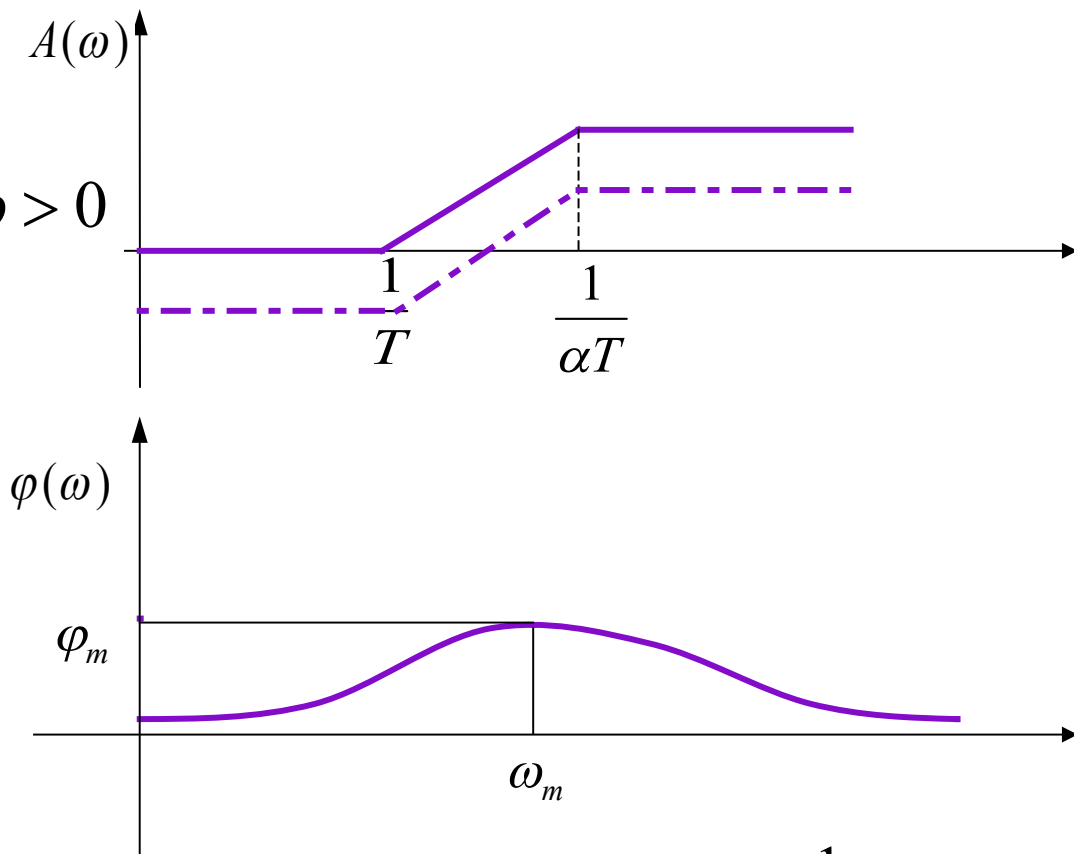
$$G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} (\alpha < 1)$$

$$\angle G_C(j\omega) = \arctan T\omega - \arctan \alpha T\omega > 0$$



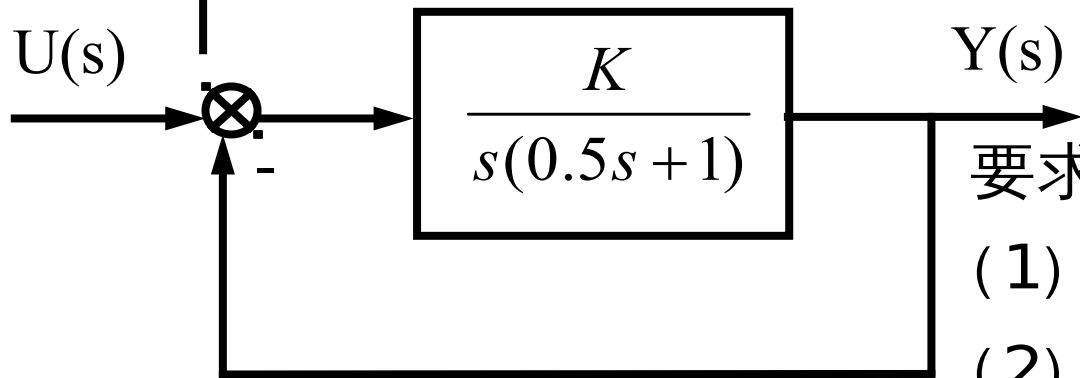
$$\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_2} < 1$$

$$T = R_1 C$$



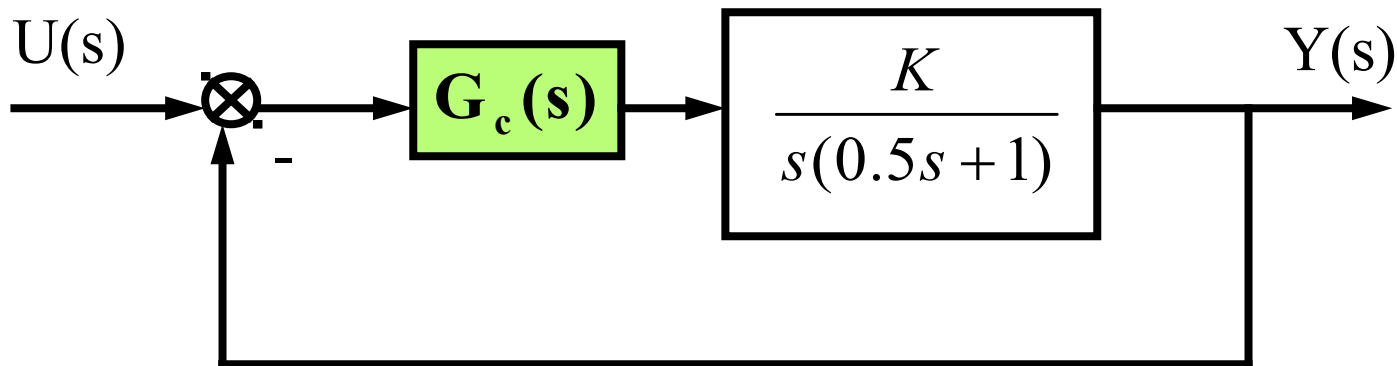
可以证明: $\phi_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$

6.3.2 利用 Bode 图进行相位超前串联校正



要求：

- (1) 单位恒速输入时， $e_{ss} = 0.05$
- (2) 相位裕度 $\gamma \geq 50^\circ$
- (3) 幅值裕度 $K_g \geq 10\text{dB}$



● ● ● | 分析：先看看原系统性能
是否符合要求

$$\frac{K}{s(0.5s + 1)}$$



$$\frac{20}{\omega_c \sqrt{0.25\omega_c^2 + 1}} = 1$$

$$\omega_c^2 (0.25\omega_c^2 + 1) = 400$$

$$0.25\omega_c^4 + \omega_c^2 - 400 = 0$$

$$\omega_c = 6.17$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.5\omega_c = 17.96^\circ$$

- 原系统 $\gamma = 18^\circ$ 不符合要求
- $h > 10$ dB , 合要求

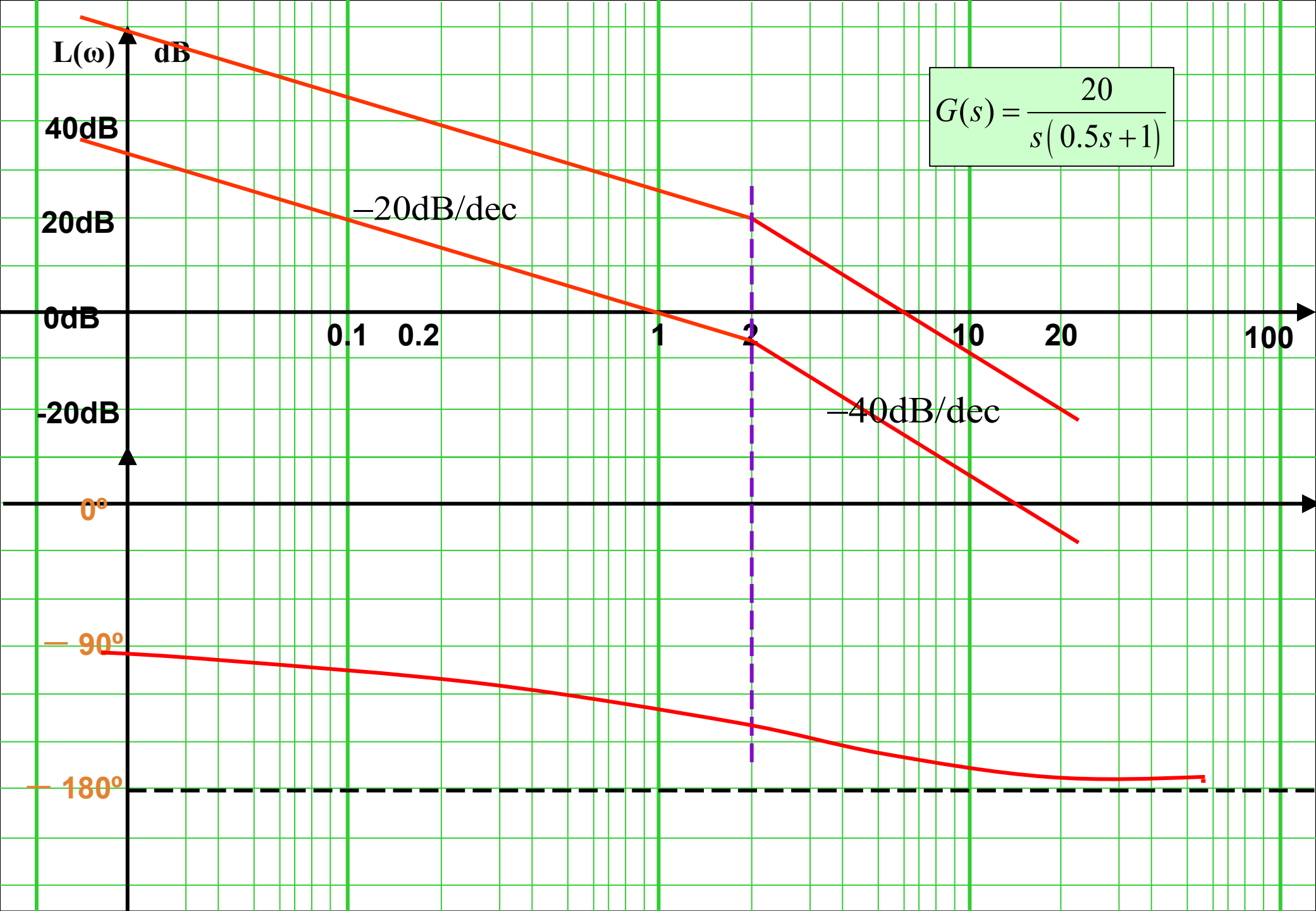


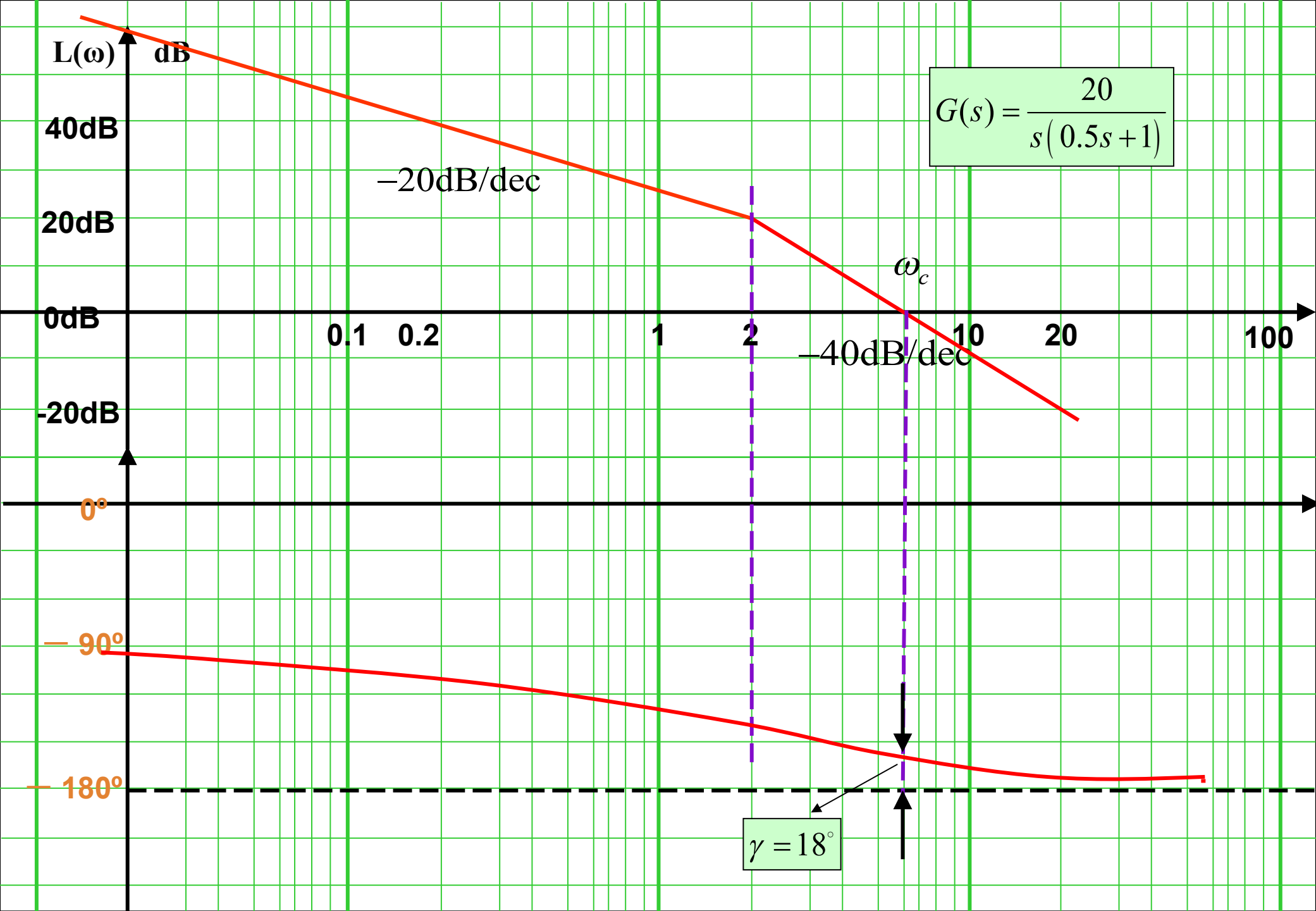
$$-90^\circ - \arctan 0.5\omega_g = -180^\circ$$

$$\arctan 0.5\omega_g = 90^\circ$$

$$\omega_g = \infty$$

$$h = \frac{1}{|G(j\omega_g)|} = \frac{1}{\frac{20}{\omega_g \sqrt{0.5\omega_g^2 + 1}}} = \infty$$

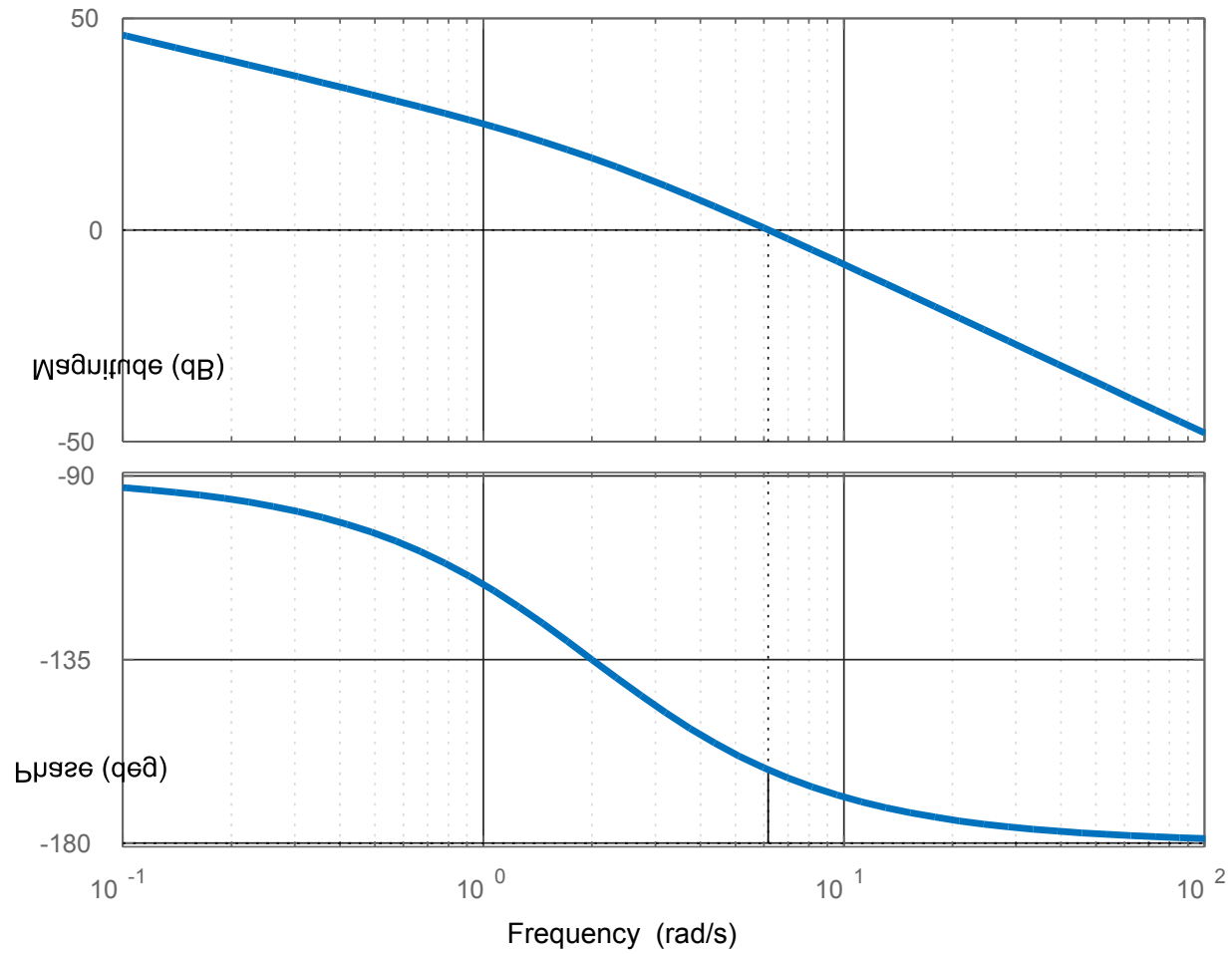






Bode Diagram

Gm = Inf dB (at Inf rad/s) , Pm = 18 deg (at 6.17 rad/s)



● ● ● | 自然的想法：

$$G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} (\alpha < 1)$$

确定 α 、 T

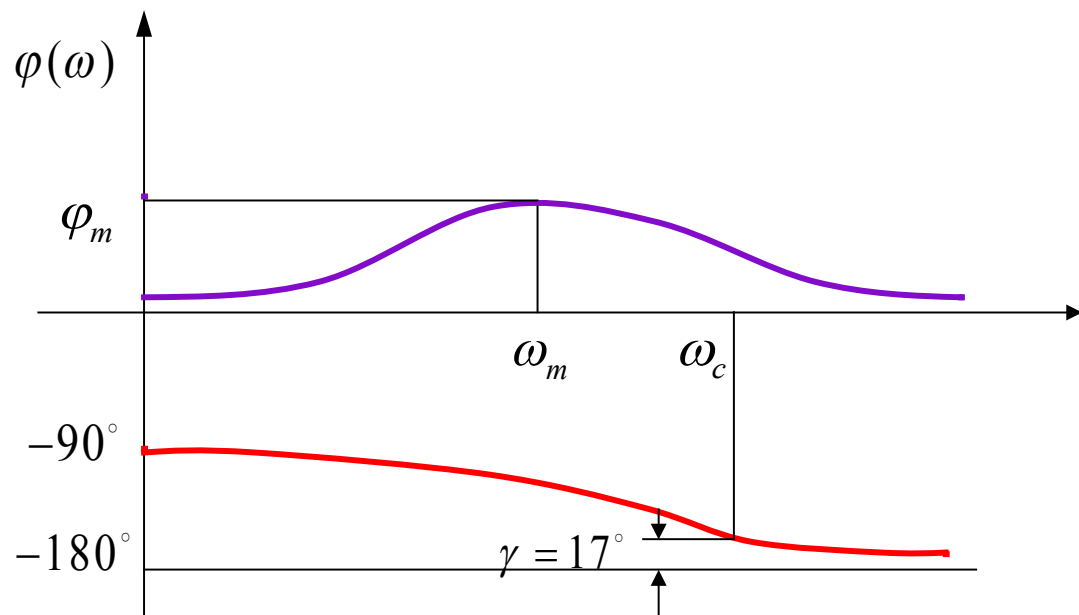
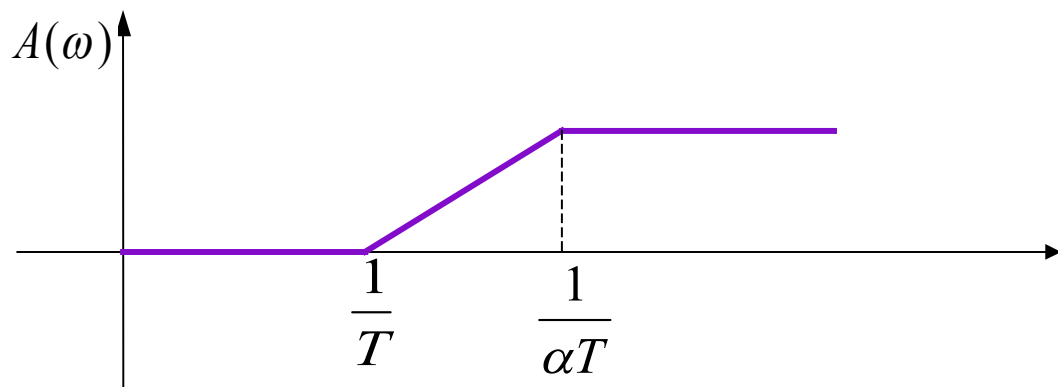
$$\varphi_m = 50^\circ - 18^\circ + 5^\circ \approx 39^\circ$$

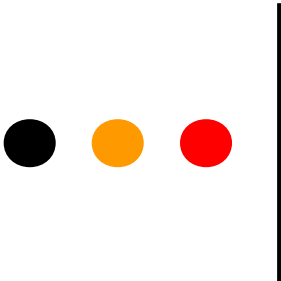
$$\text{由 } \varphi_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

解得： $\alpha \approx 0.24$

对准??

$$\left. \begin{aligned} \omega_m &= \frac{\partial \angle G_c(j\omega)}{\partial \omega} = 0 \\ \angle G_c(j\omega) &= \arctan T\omega - \arctan T\alpha\omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$$

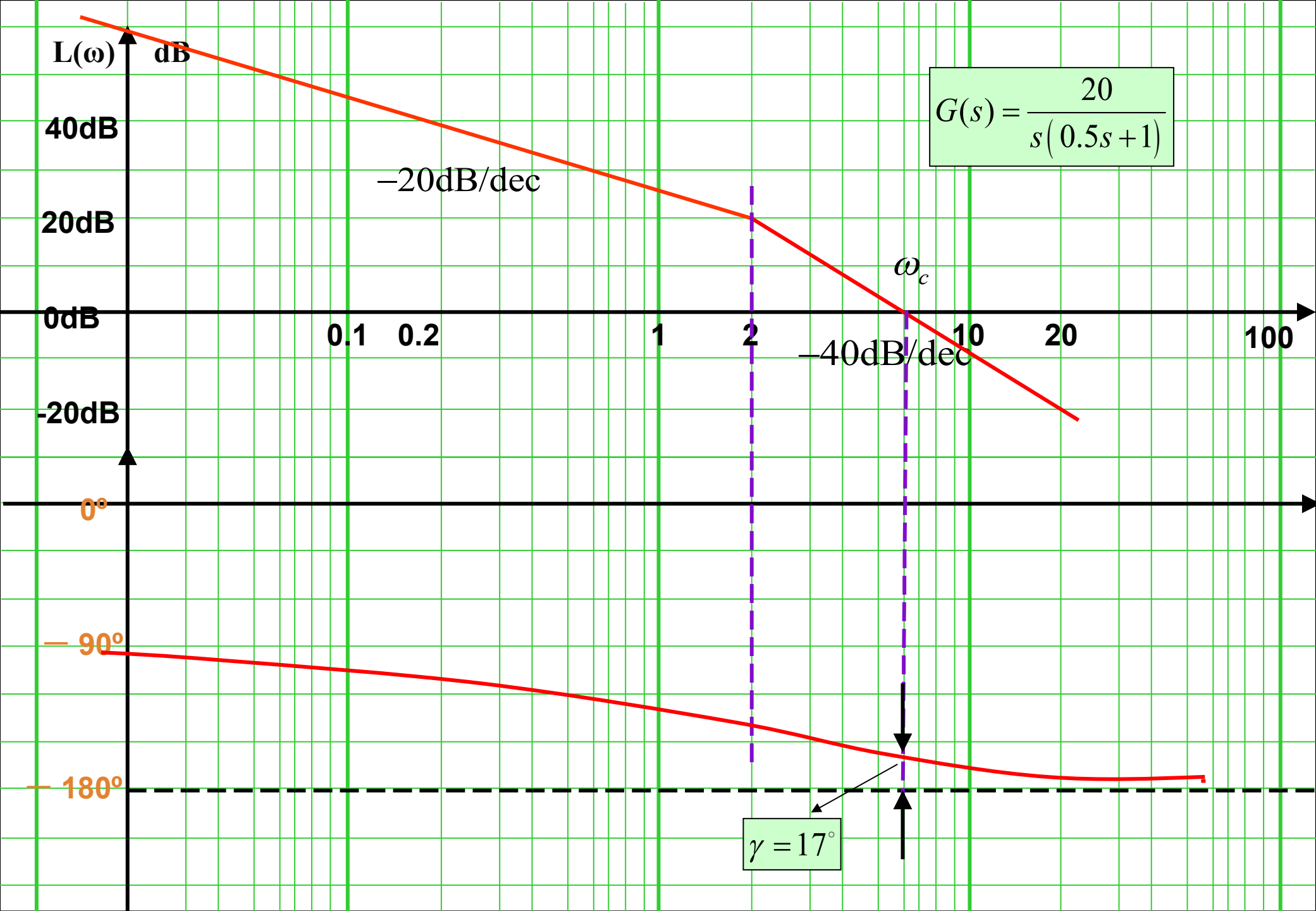


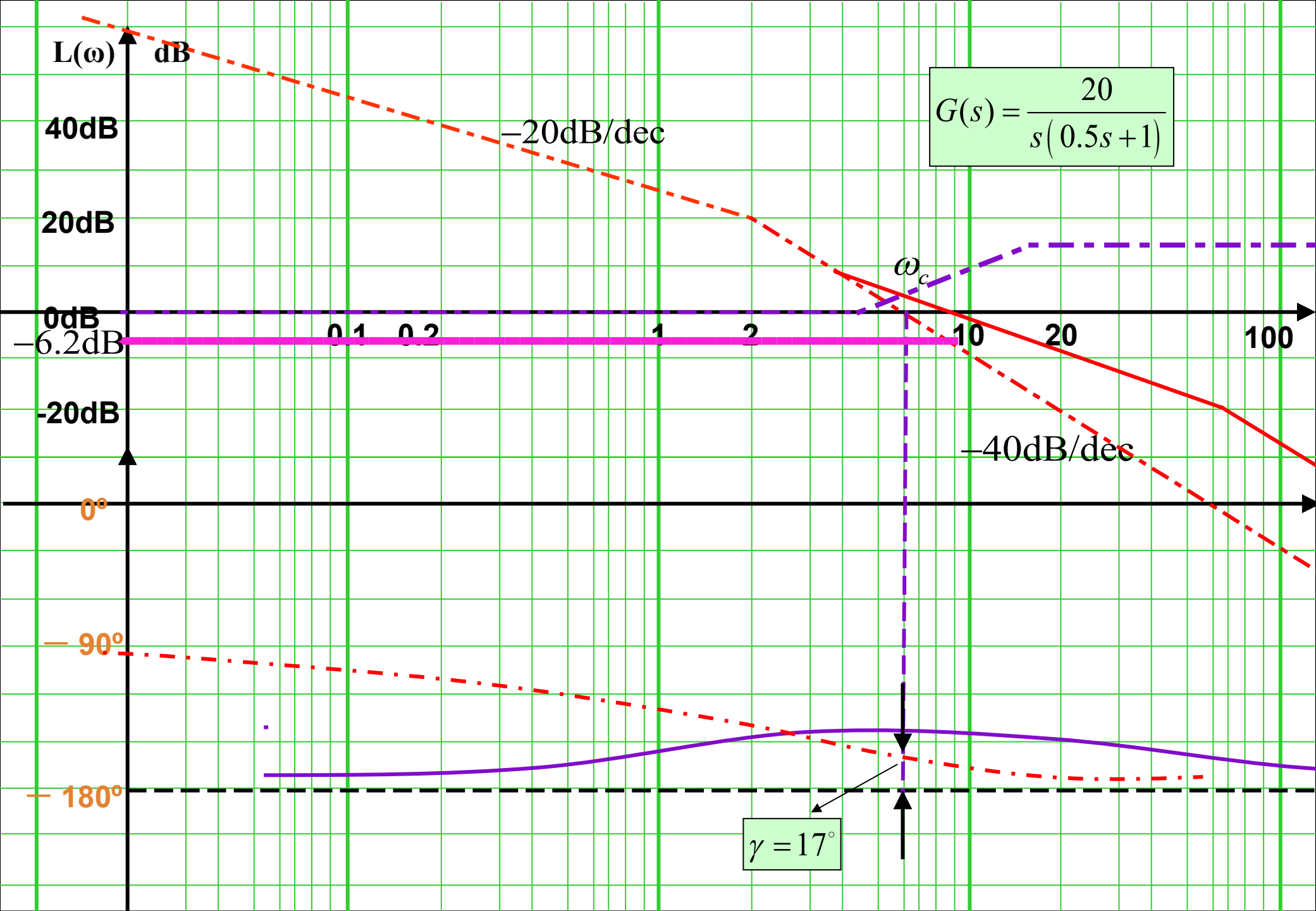


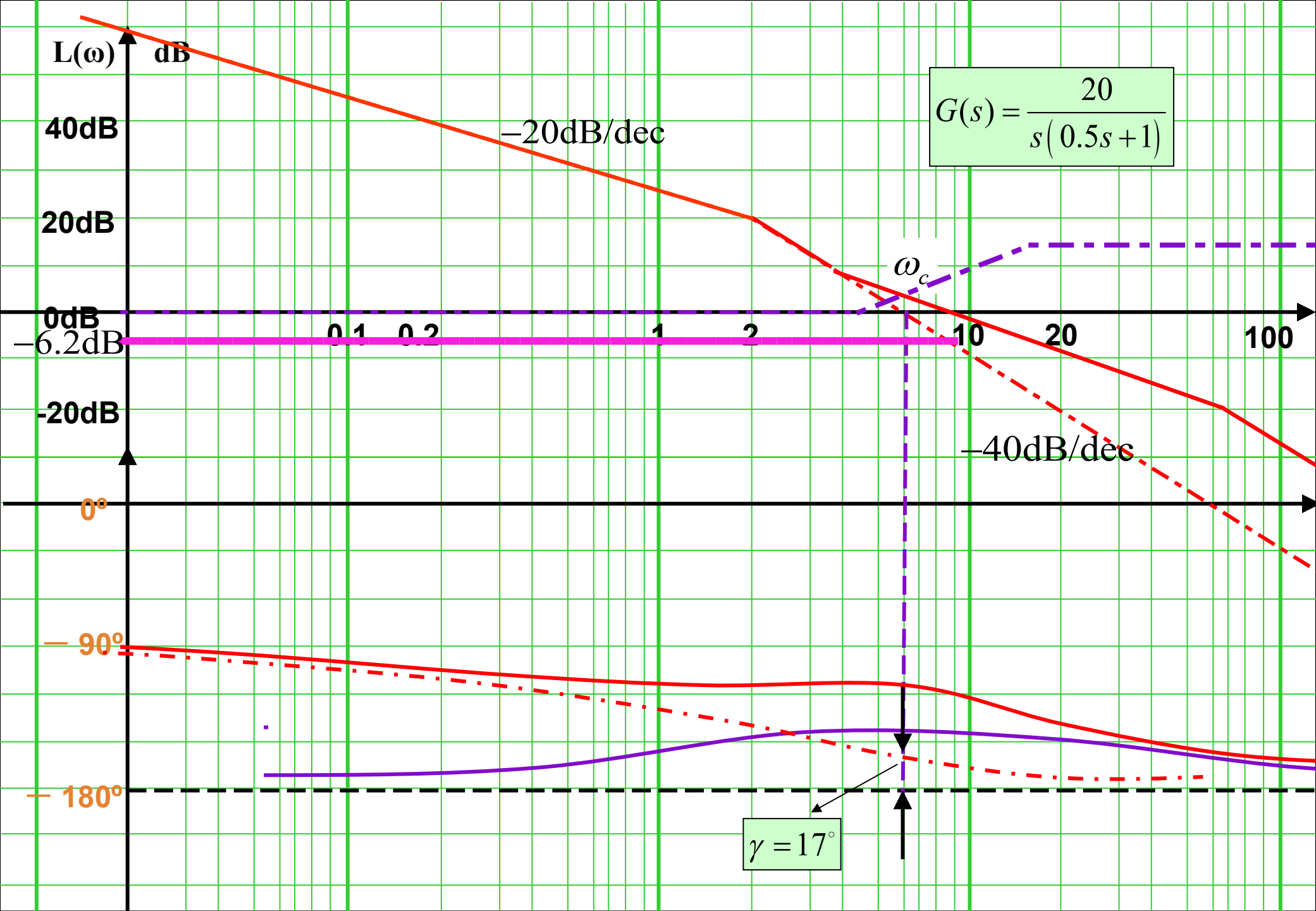
超前校正环节造成的上移量：

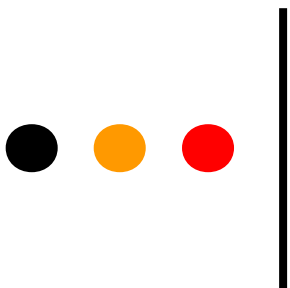
$$20\lg\left|\frac{1+jT\omega}{1+j\alpha T\omega}\right|\approx 6.2\text{dB}$$

$$-10\lg\alpha$$









$$\omega'_c = \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}} = 9$$

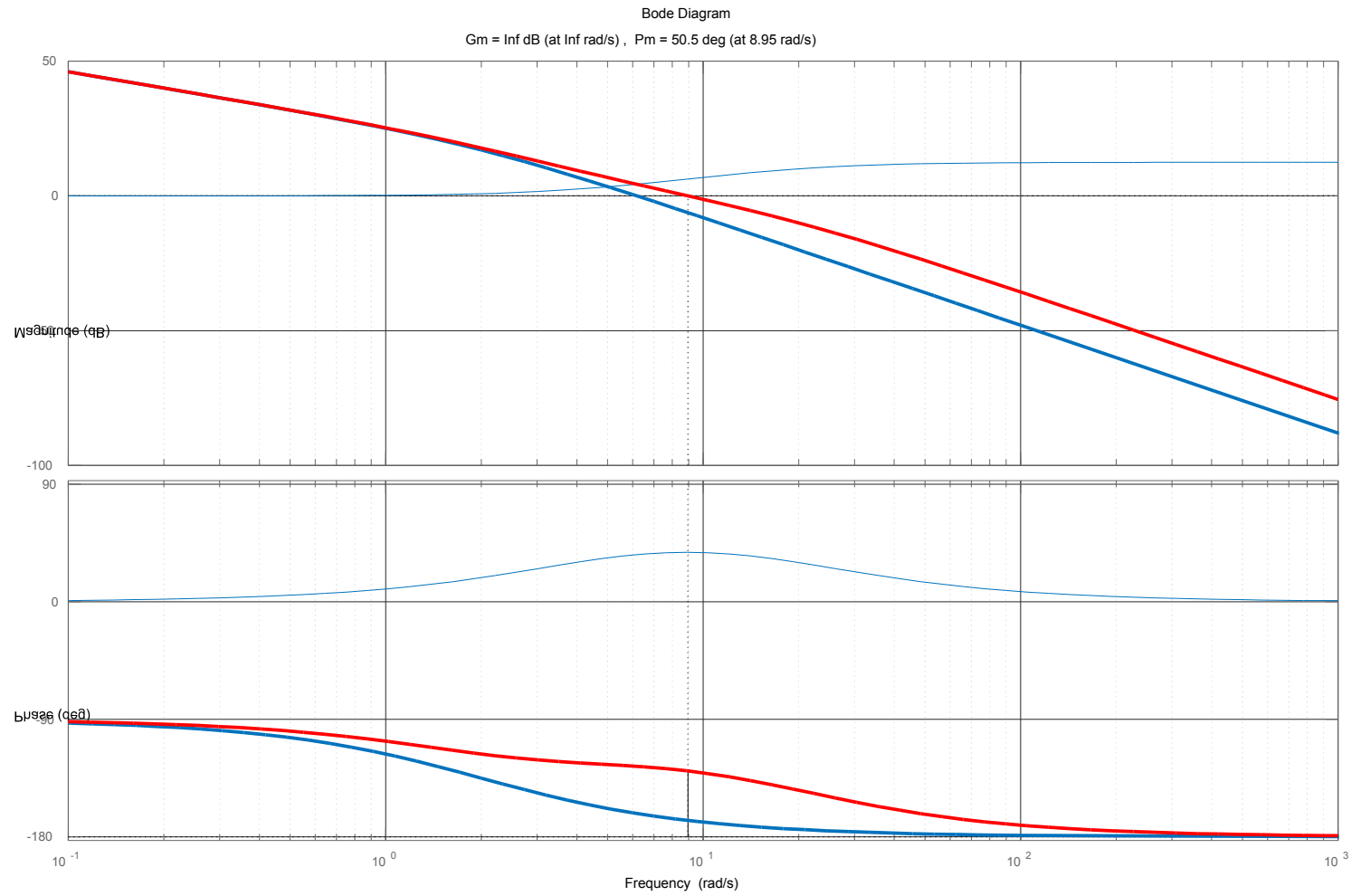
解得： $T = 0.23s$, $\alpha T = 0.055$

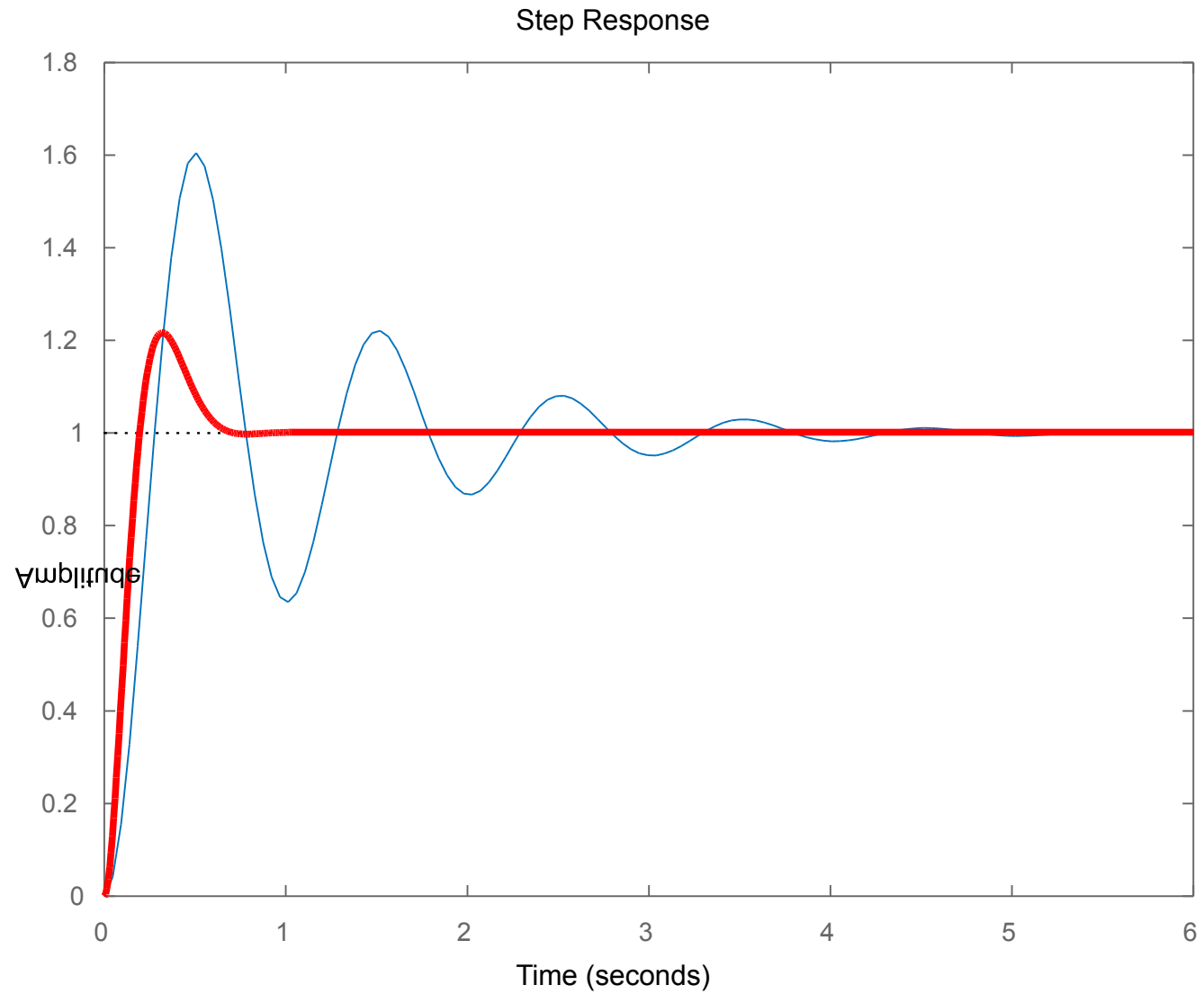
$$\therefore G_c(j\omega) = 0.24 \frac{1 + j0.23\omega}{1 + j0.055\omega}$$

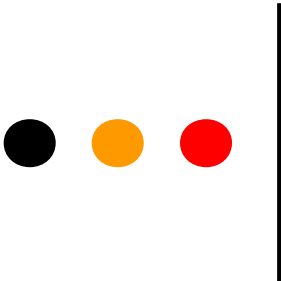
$$\therefore G_c(j\omega) = 0.24 \frac{1 + j0.23\omega}{1 + j0.055\omega}$$

为了补偿超前环节造成的幅值衰减，增益要增大 K_1 倍，

$$\text{使 } K_1\alpha = 1, \text{ 故 } K_1 = \frac{1}{0.24} = 4.17$$







超前校正

- 设一系统的开环传递函数：

$$G_0(s) = \frac{k}{s(s+1)}$$

- 若要使系统的稳态速度误差系数 $K_v = 12 \text{ s}^{-1}$ ，相位裕量 $\gamma \geq 40^\circ$ ，试设计一个校正装置。

超前校正

(1) 根据稳态误差要求, 确定开环增益 K 。

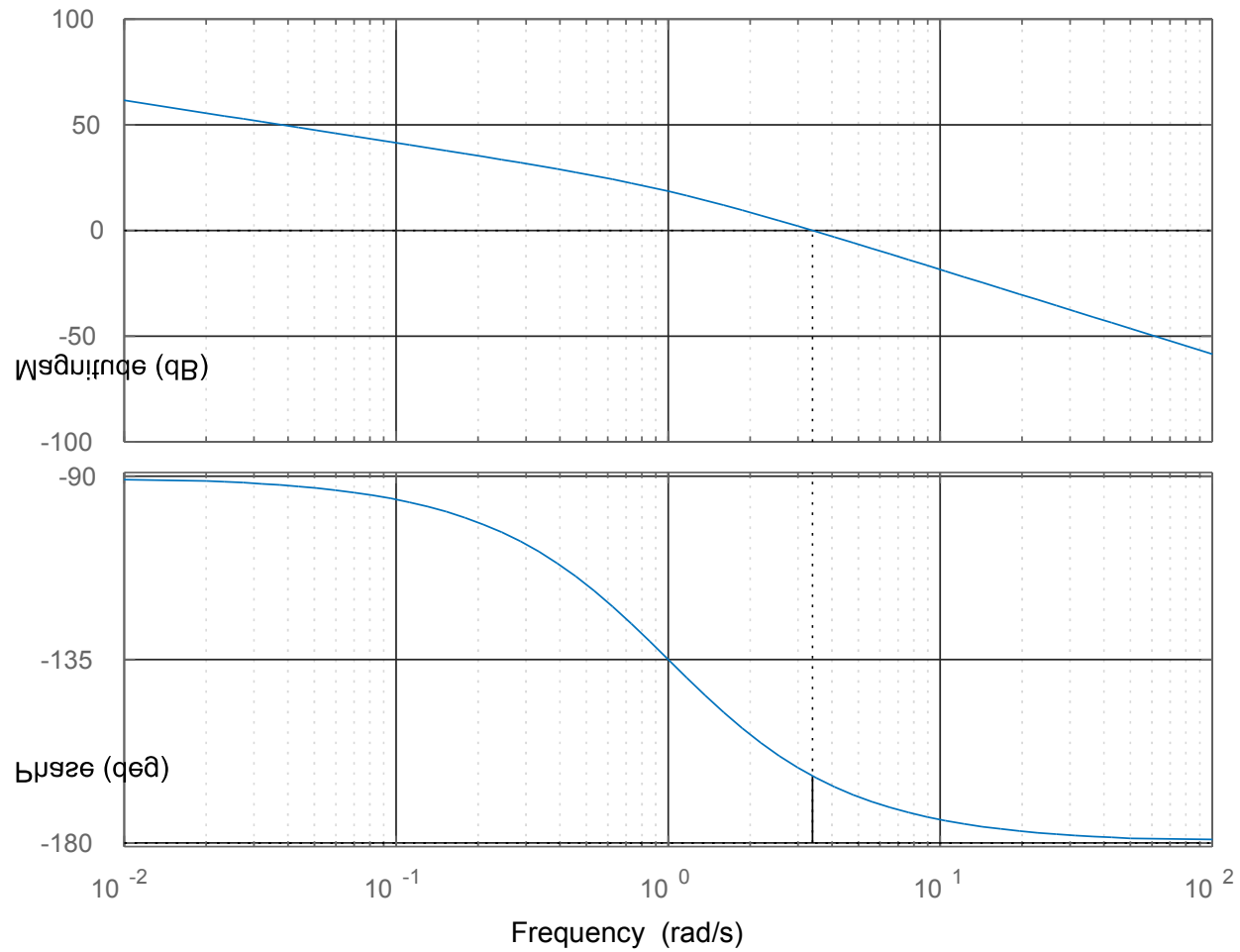
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_0(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k}{s(s+1)} = 12$$

- 即 $K = 12$
- 画出校正前系统的伯德图, 求出相角裕量 γ_0 和增益剪切频率 ω_{c0}
- 校正前系统的频率特性 $G_0(j\omega) = \frac{12}{j\omega(j\omega+1)}$
- 作出伯德图, 求出原系统 $\gamma_0 = 15^\circ$, $\omega_{c0} = 3.5 \text{ rad/s}$

超前校正

Bode Diagram

$G_m = \infty \text{ dB (at } \infty \text{ rad/s)}$, $P_m = 16.4 \text{ deg (at } 3.39 \text{ rad/s)}$



超前校正

(2) 根据要求相角裕量, 估算需补偿的超前相角 $\Delta\gamma$

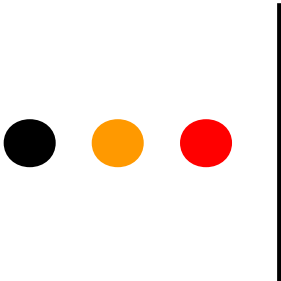
$$\Delta\gamma = \Delta\theta + \varepsilon = 40 - 15 + 5 = 30$$

○ 增量 ε (一般取 $5 \sim 12^\circ$) 是为了补偿校正后系统增益剪切频率 ω_c 增大 (右移) 所引起的相位迟后。

○ 若在 ω_{c0} 处衰减变化比较快, ε 的取值也要随之增大, 甚至要选用其它的校正装置才能满足要求。

(3) 求 α 令 $\sin 30^\circ$, 按下式确定 α , 即

$$\alpha = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = 0.33$$



超前校正

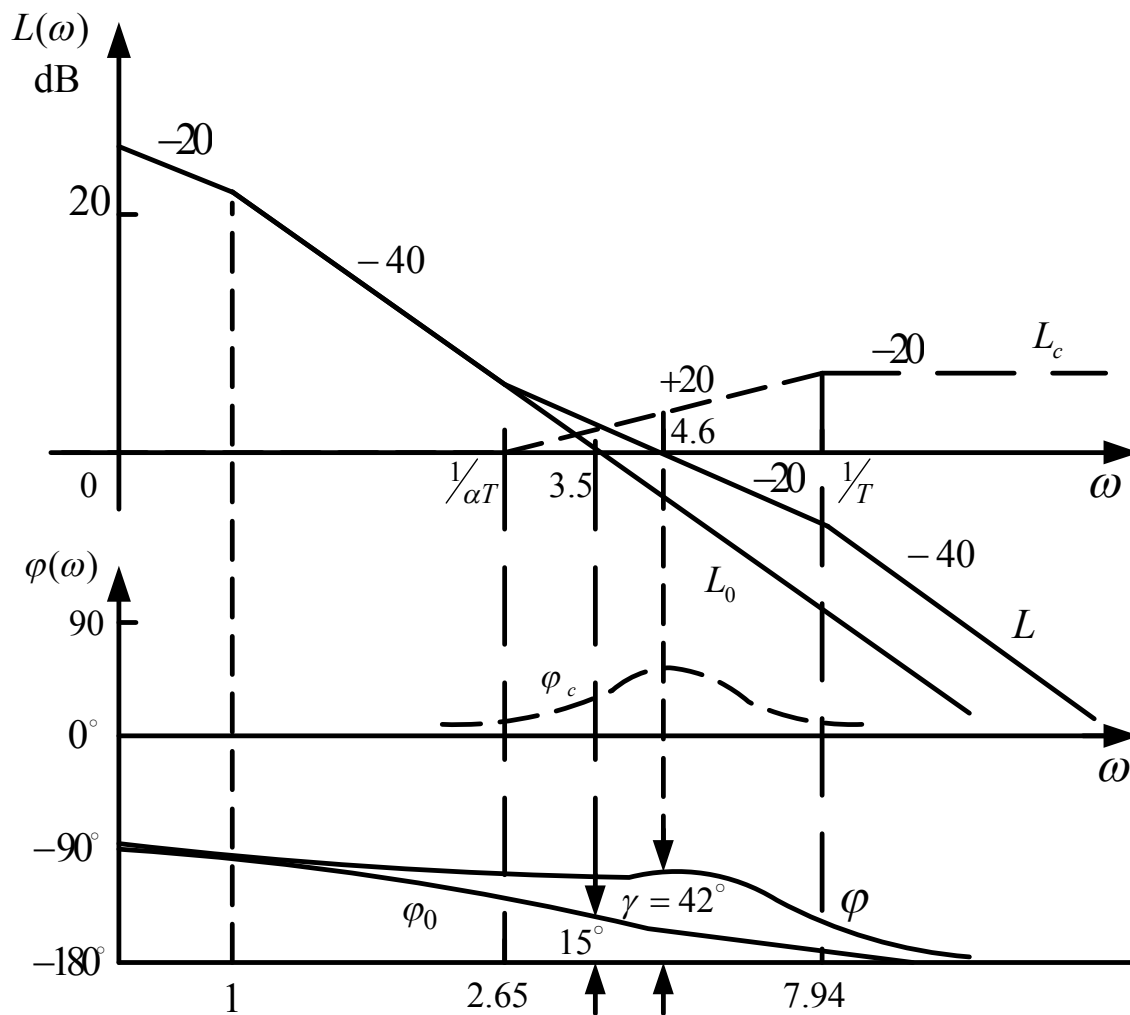
- 为了充分利用超前网络的相位超前特性，应使校正后系统的增益剪切频率 ω_c 正好在 ω_m 处，即取 ω_m 。
- 分析可知， ω_m 位于 $1/\alpha T$ 与 $1/T$ 的几何中点，求得：

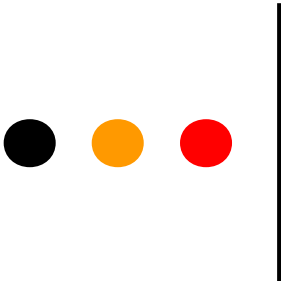
$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$$

- 而在 ω_m 处的幅值应为：
- $-10\lg\alpha = -4.8\text{dB}$
- 从 原系统的伯德图上，我们可求得
- $\omega_m = 4.6 \text{ rad/s}$
- 所以

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.0378\text{s}$$

超前校正





超前校正

- 引入超前校正网络后的传递函数：

$$G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{0.378s + 1}{0.126s + 1}$$

(4) 引入 α 倍的放大器

为了补偿超前网络造成的衰减，引入 α 倍的放大器，得到超前校正装置的传递函数

$$G_0(s) = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{0.378s + 1}{0.126s + 1} = \frac{0.378s + 1}{0.126s + 1}$$

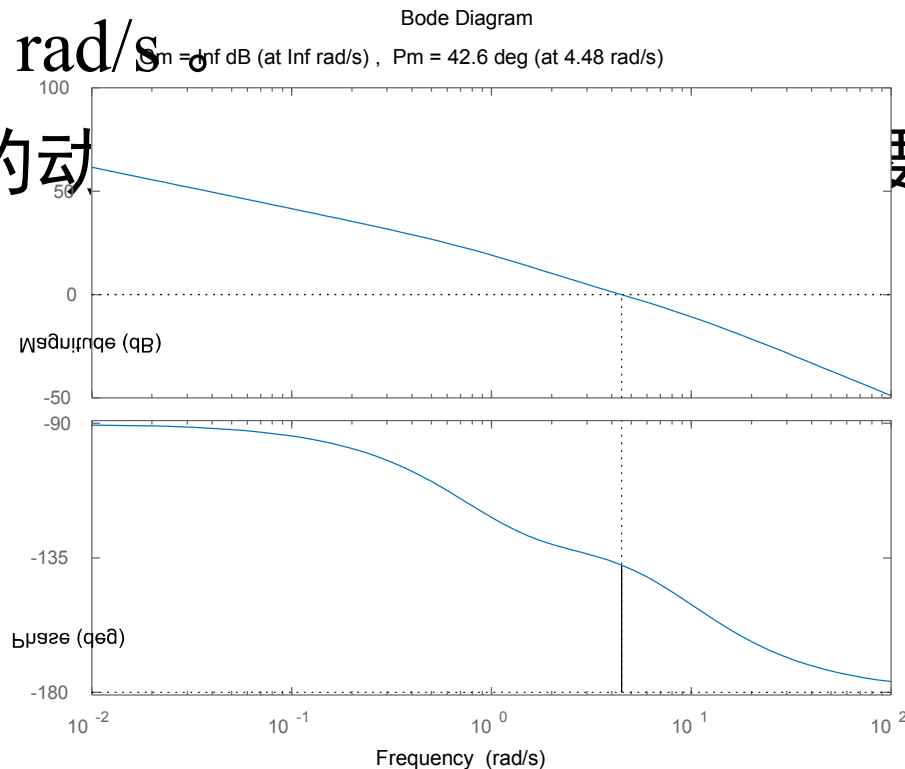
- 校正后系统的传递函数

$$G(s) = \frac{12(0.378s + 1)}{s(s + 1)(0.126s + 1)}$$

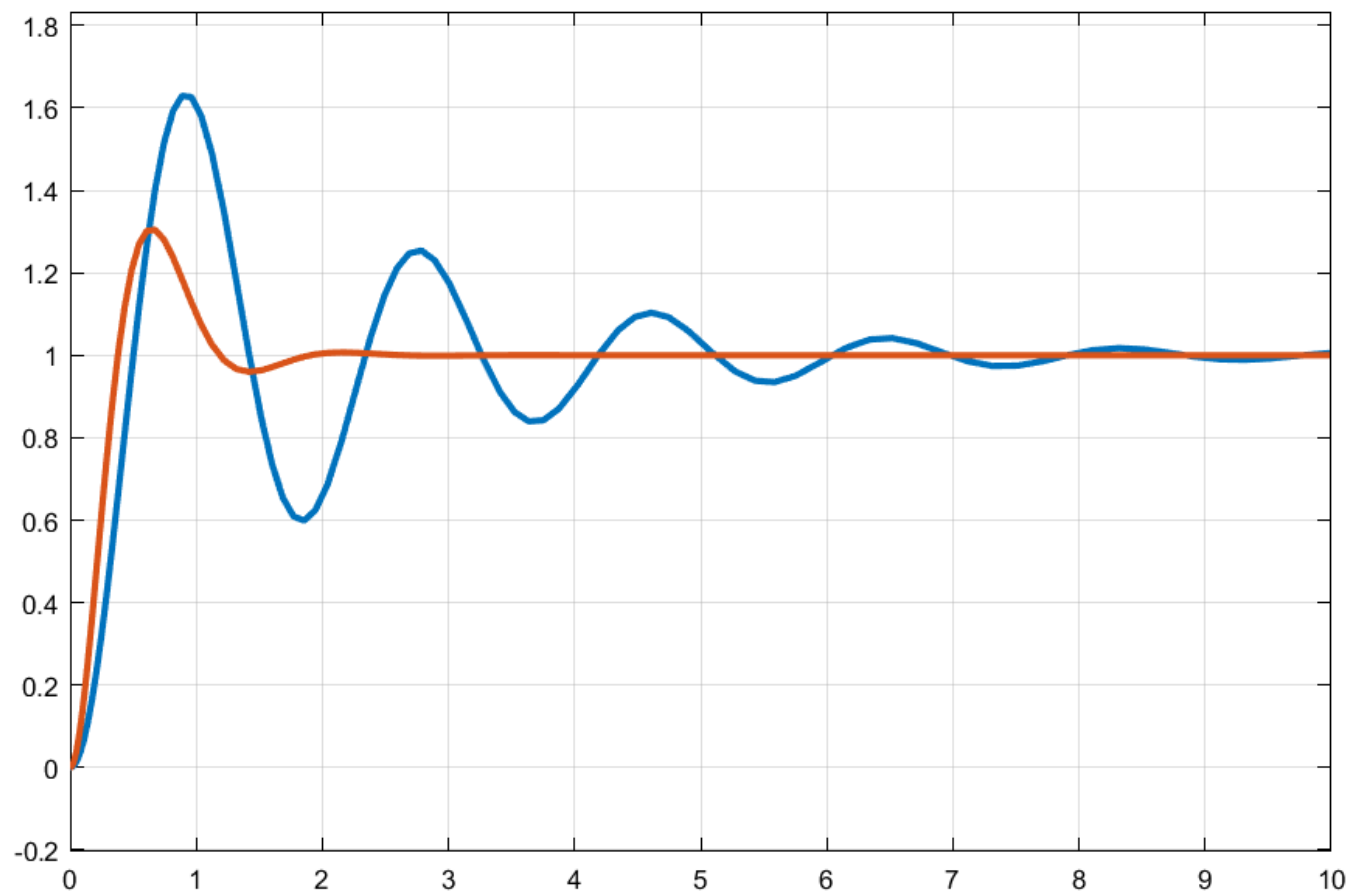
超前校正

(5) 作出校正后的伯德图。求得： $K_v = 12 \text{ s}^{-1}$ ， $\gamma = 42^\circ$ ， $Kg = +\infty \text{ dB}$ ， ω_c 从 3.5 rad/s 增加到 4.6 rad/s 。

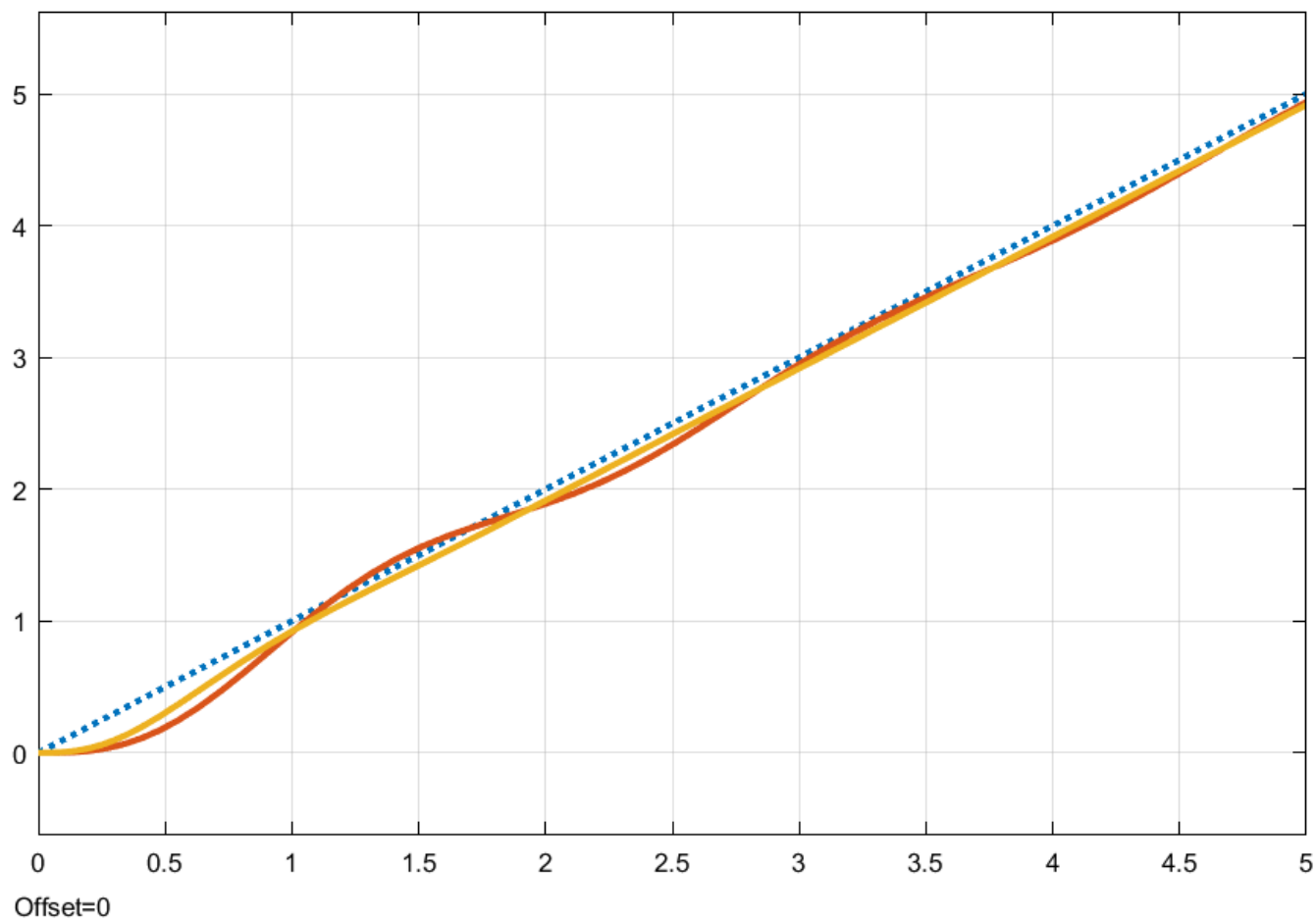
○ 原系统的动态性能要求。

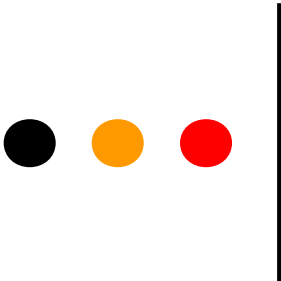


超前校正



超前校正

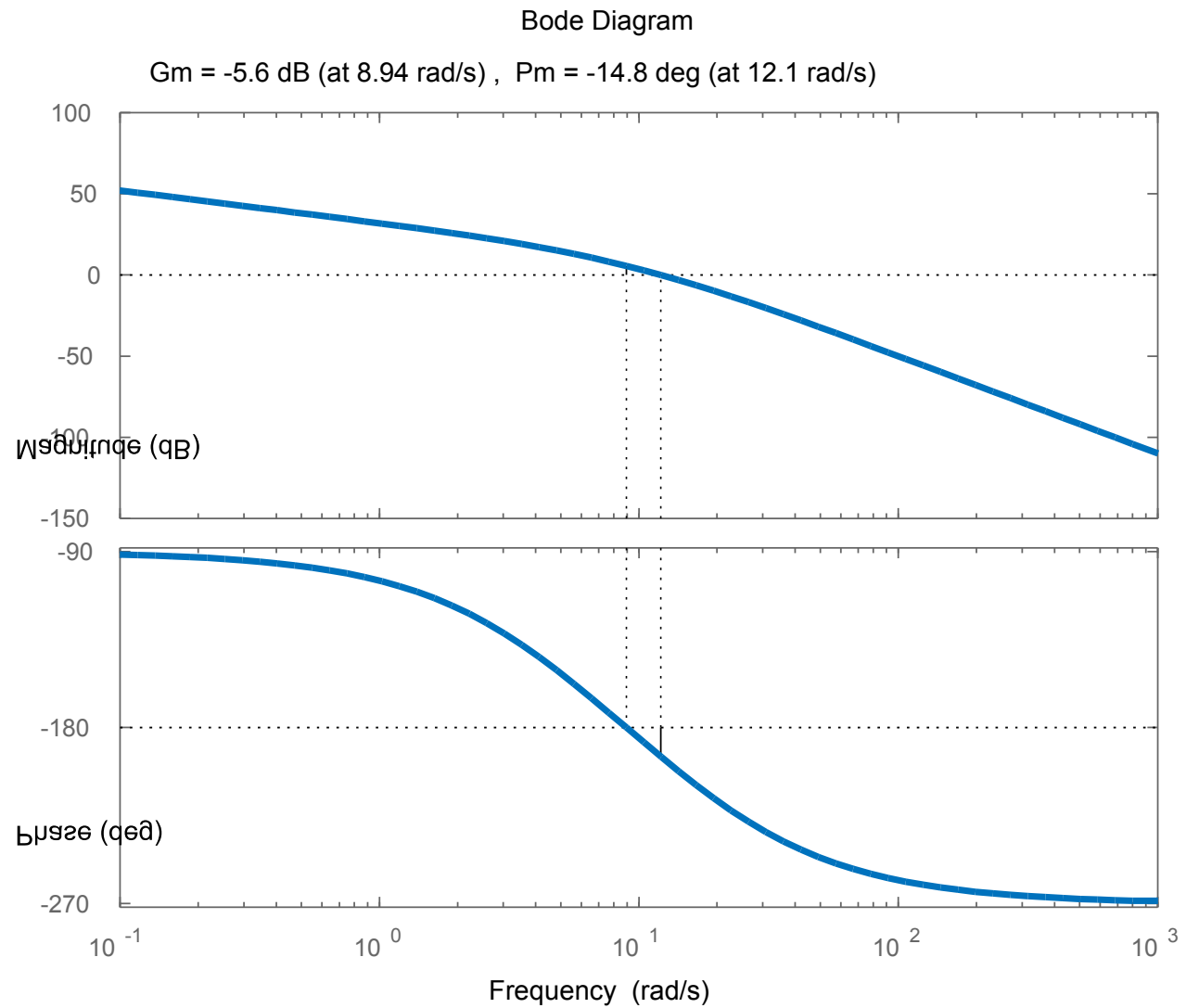


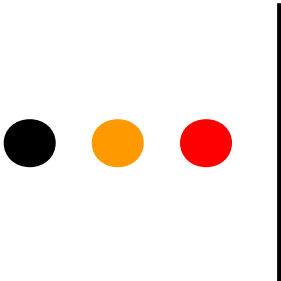


○ 设单位反馈系统的开环传递函数为

○
$$G(s) = \frac{40}{s(0.2s + 1)(0.0625s + 1)}$$

，若要求校正后系统的相位裕度为 30° ，幅值裕度为 10~12 dB，试设计串联超前校正装置。

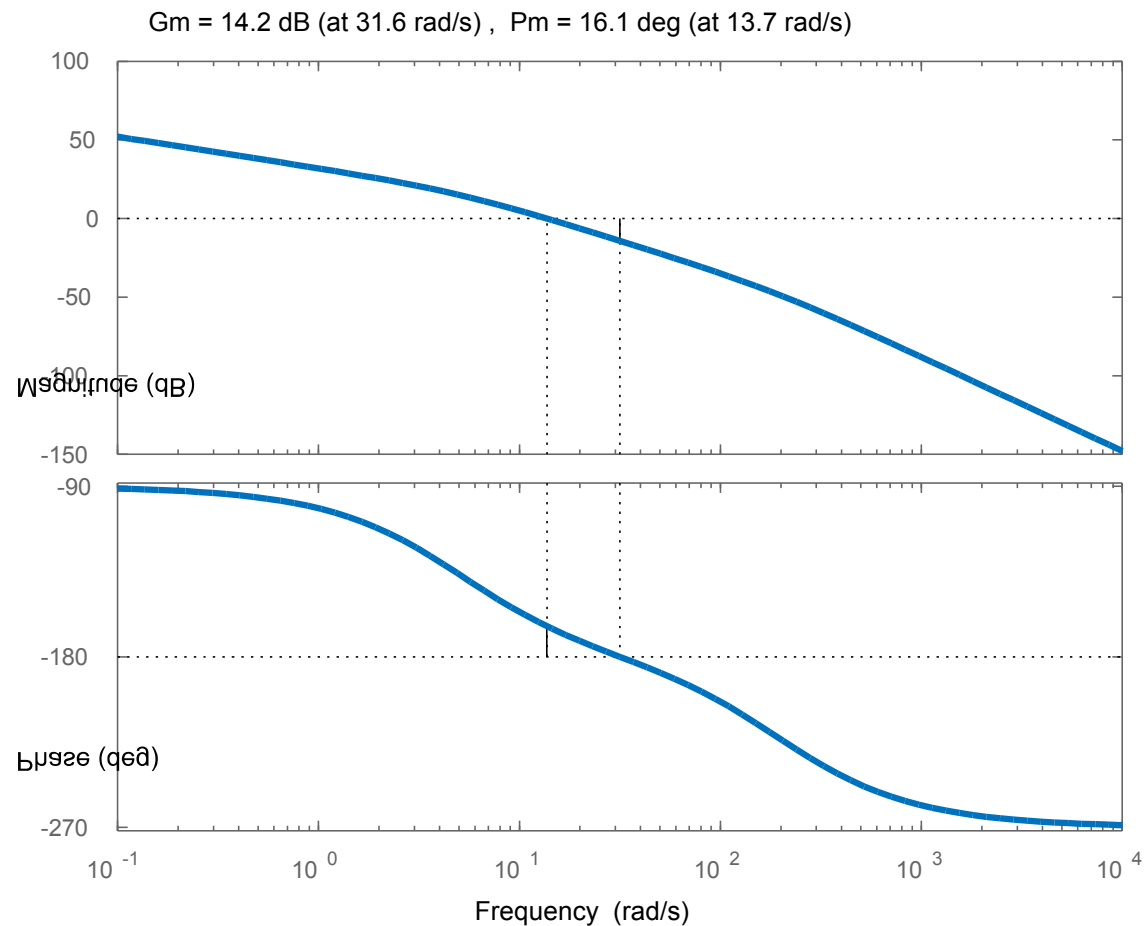


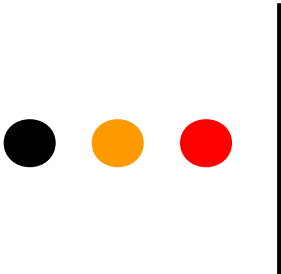
- 
- 相位裕度为 -14.8° (12.1rad/s)
 - 串联超前校正装置要提供的最大超前相位角为
 - $\varphi_m = 30 - (-14.8) = 44.8$ 。
 - 一级串联超前校正无法满足要求，采用两级串联超前校正，为使校正后系统传递函数简单，采用第一级超前网络

$$G_c(s) = \frac{0.0625s + 1}{0.005s + 1}$$

- 第一级校正后系统传递函数为 $G_1(s) = \frac{40}{s(0.2s + 1)(0.005s + 1)}$

Bode Diagram , Bode 图如下,



- 
- 相位裕度为 16.1° (13.7rad/s) , 对于第二级校正装置, $\varphi_{m2} = 30 - 16.1 + 9.74 = 23.64$

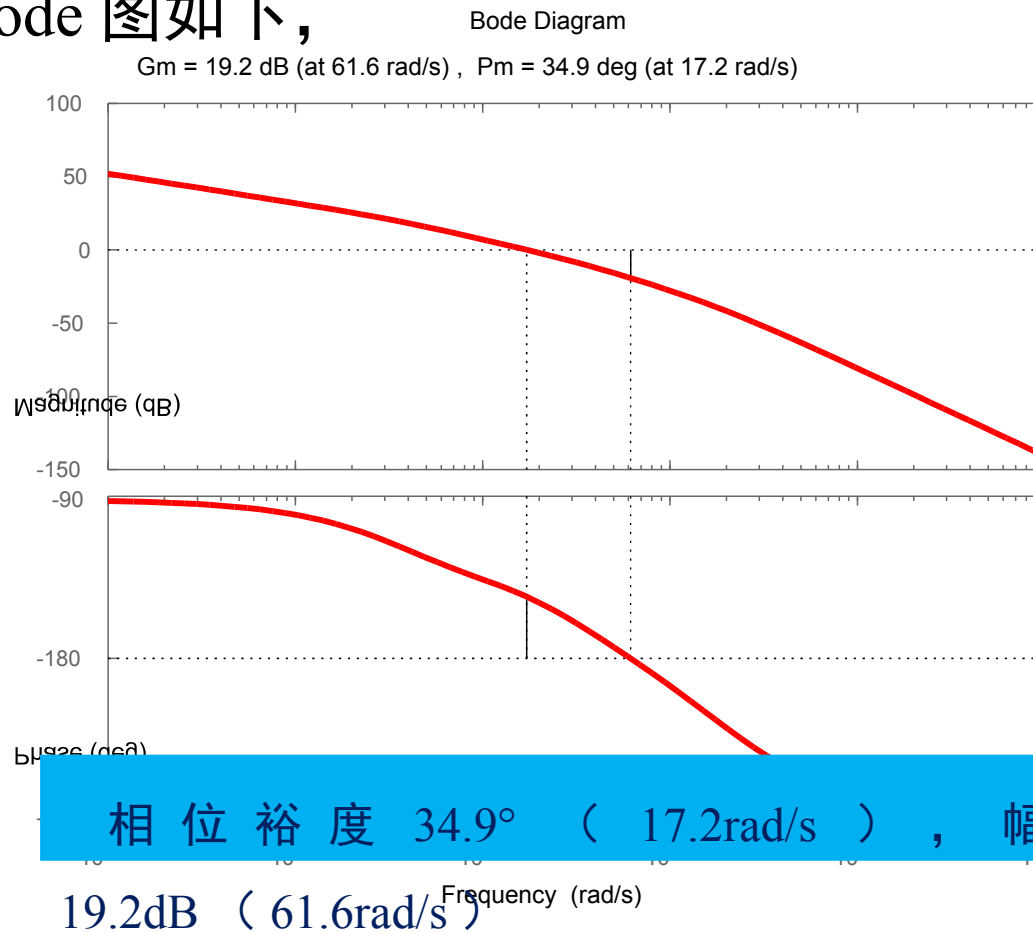
$$\alpha = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} = 0.43$$

- 当 $\omega_c'' = 16.90$ $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ 时, $L_1(\omega_c'') = -10 \log \alpha$

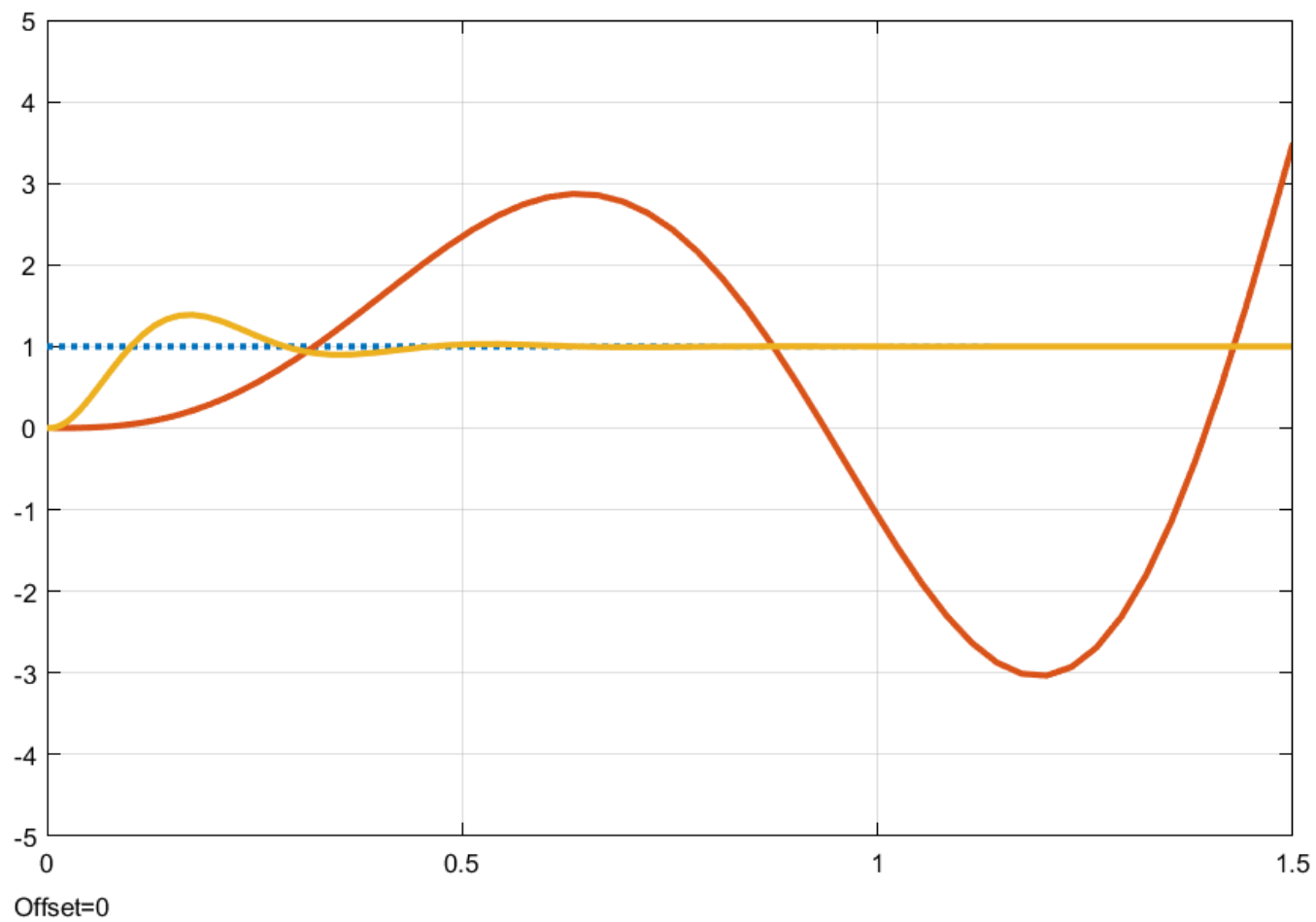
$$, T = \frac{1}{\omega_c'' \sqrt{\alpha}} = 0.091$$

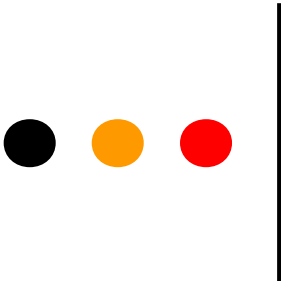
- 故第二级超前网络
$$G_{2c}(s) = \frac{0.091s + 1}{0.039s + 1}$$

- 二级校正后系统传递函数为 $G(s) = \frac{40(0.091s + 1)}{s(0.2s + 1)(0.005s + 1)(0.039s + 1)}$
- 绘制 Bode 图如下,



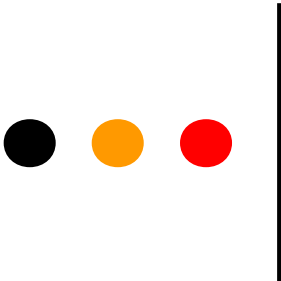
相位裕度 34.9° (17.2rad/s) , 幅值裕度
19.2dB (61.6rad/s)





总结：相位超前校正的作用

- 相位裕度增加，系统的相对稳定性增加；
- 带宽增大，响应速度提高；
- 型次、增益不变，稳态精度基本无变化；



6.3.2 相位滞后校正

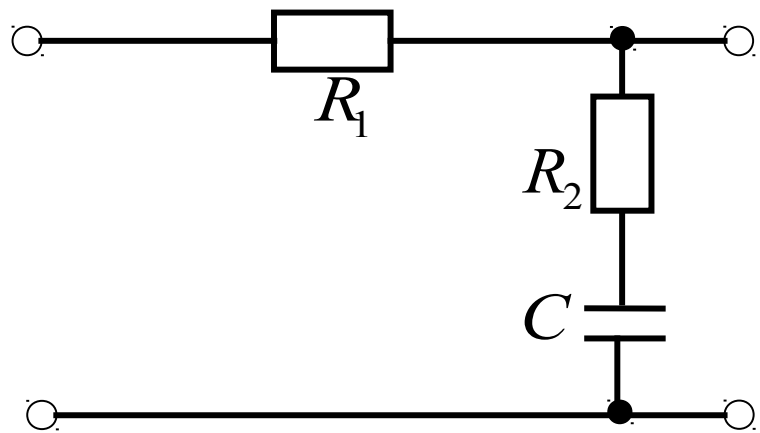
目的

- 超前校正有不足之处，稳态精度不易改变；
- 想要减小误差，提高“准确性”；
- 又不想影响稳定性和快速性；
 - 就要加大低频段增益，但问题是高频段增益也随之增加，所以还要降低高频段增益。

相位滞后校正环节

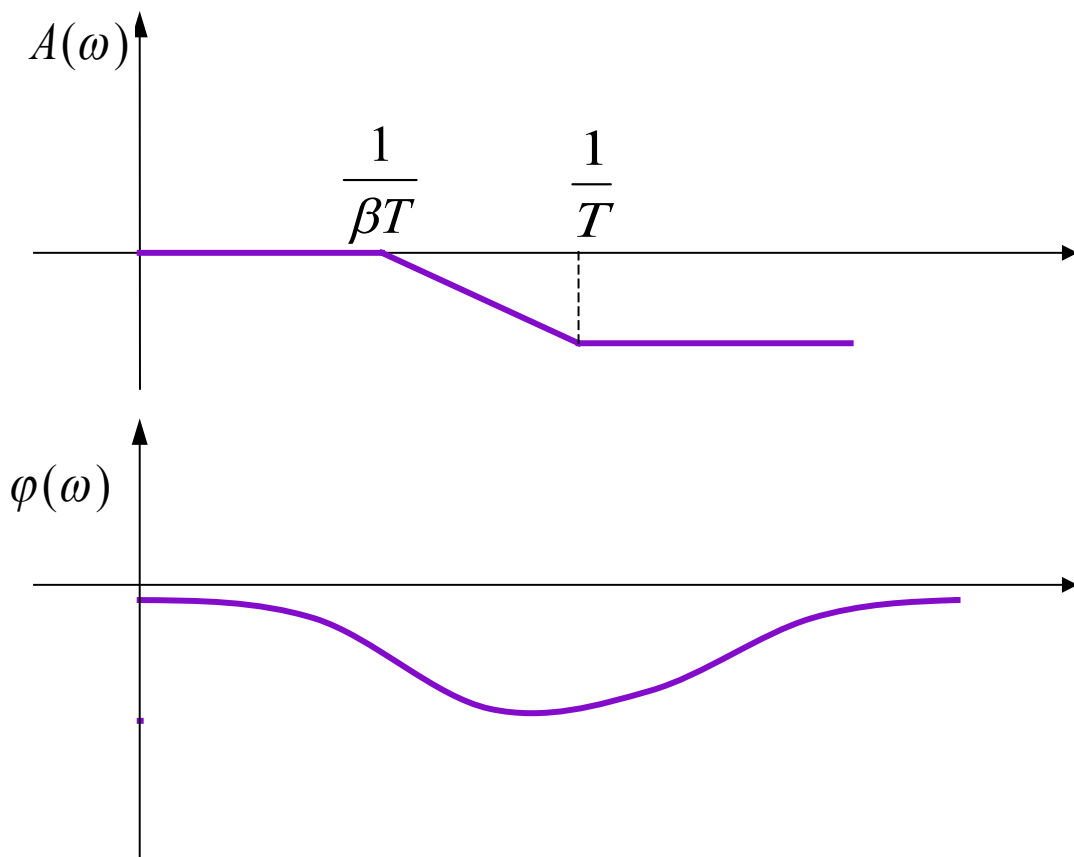
$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}, \beta > 1$$

$$\angle G_c(j\omega) = \arctan T\omega - \arctan \beta T\omega < 0$$

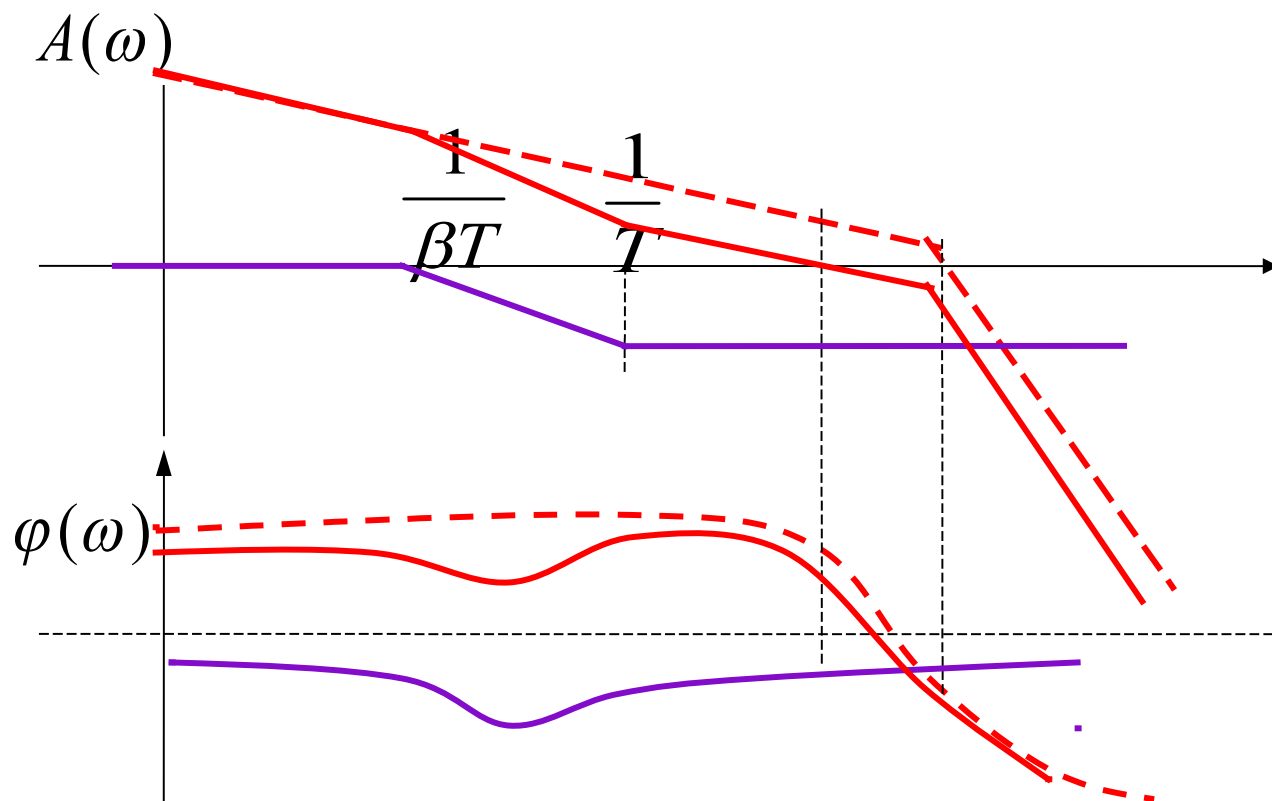


$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

$$T = R_2 C$$



例



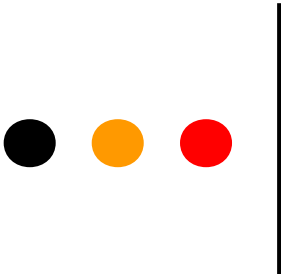
- 实际上，相位滞后校正的机理并不是相位滞后，而是使得大于 $1/T$ 的高频段内的增益全部下降，并且保证在这个频段内相位的变化很小。

例： 设一系统的开环传递函数为：

$$G_0(s) = \frac{k}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

○ 要求校正后，系统稳态速度误差系数

$$K_v = 5\text{s}^{-1}, \quad \gamma \geq 40^\circ。$$



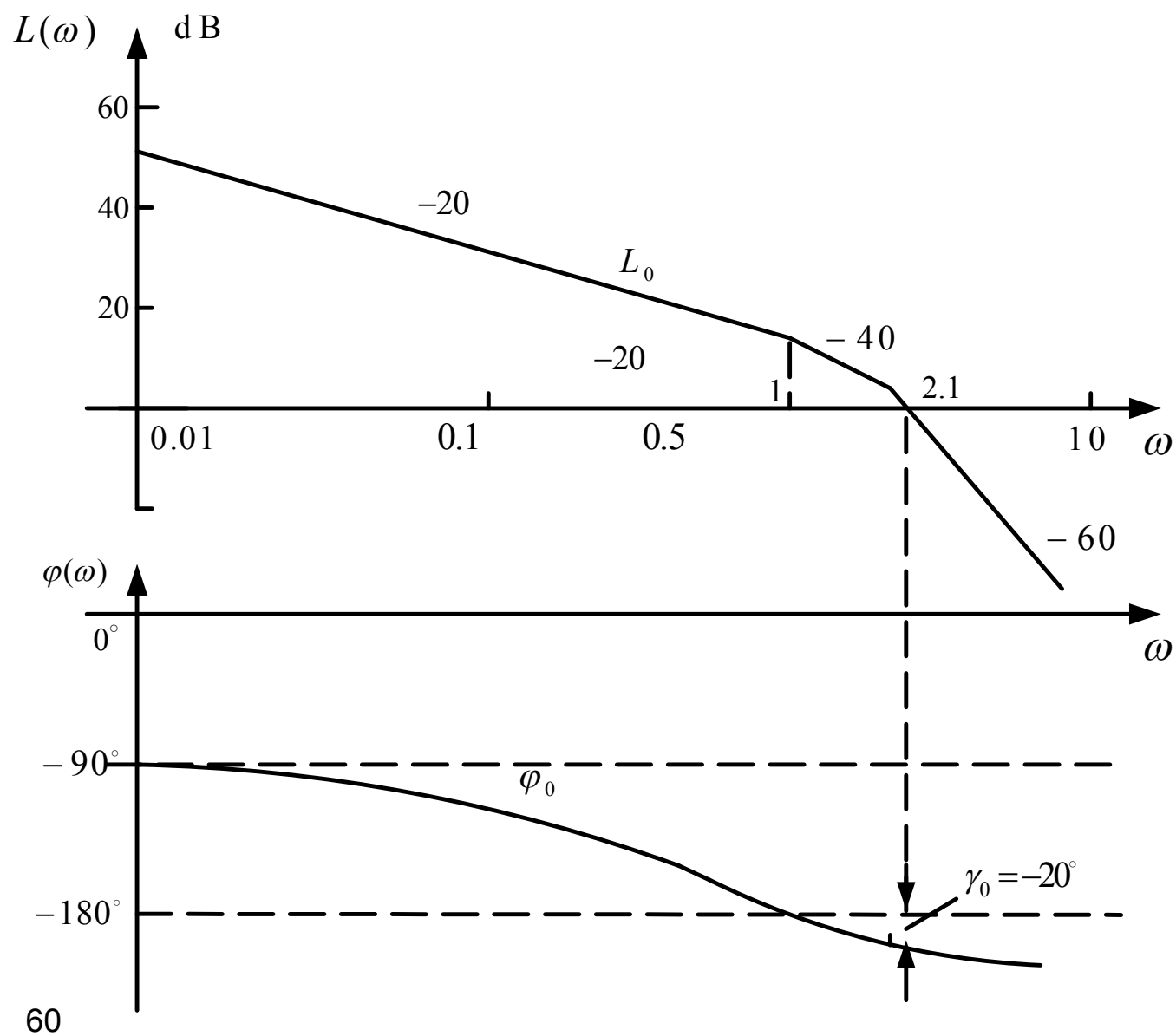
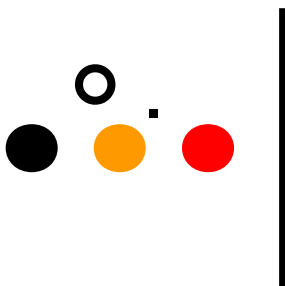
(1) 根据稳态误差要求确定开环增益 K 。绘制未校正系统的伯德图，并求出其相位裕量和增益裕量。

○ 确定 K 值。因为

○ 所以 $K_v \equiv \lim_{s \rightarrow 0} sG_0(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sk}{s(s+1)(0.5s+1)} = K$

○ 作出原系统的伯德图，求得原系统的相位裕量：

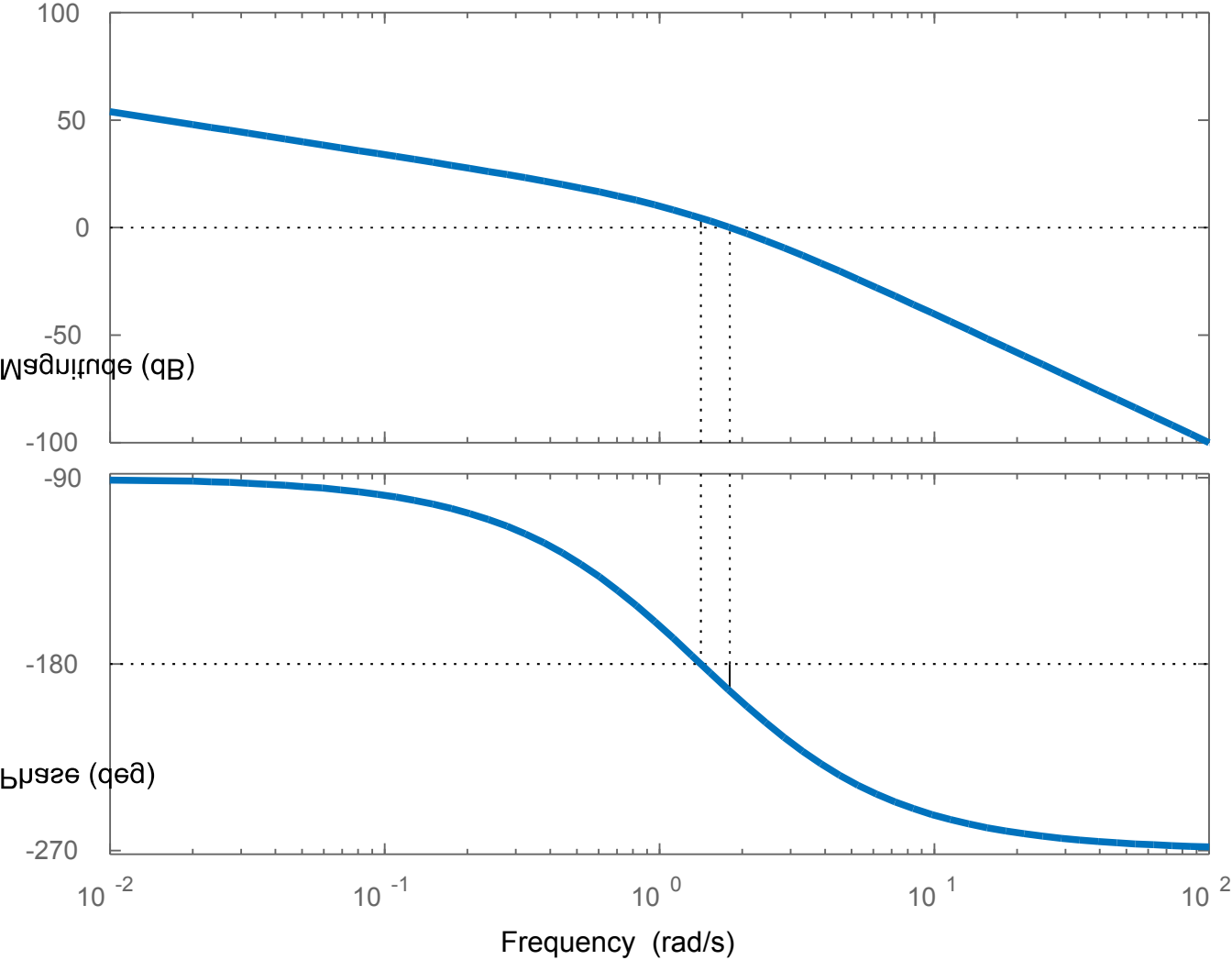
○ 系统不稳定！¹³

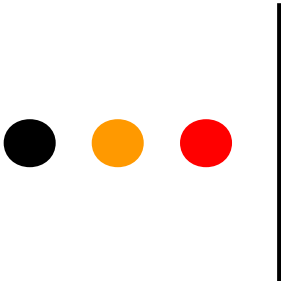




Bode Diagram

Gm = -4.44 dB (at 1.41 rad/s) , Pm = -13 deg (at 1.8 rad/s)

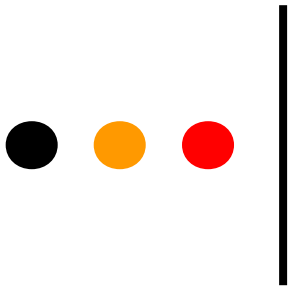




(2) 确定校正后系统的增益剪切频率 ω_c 。

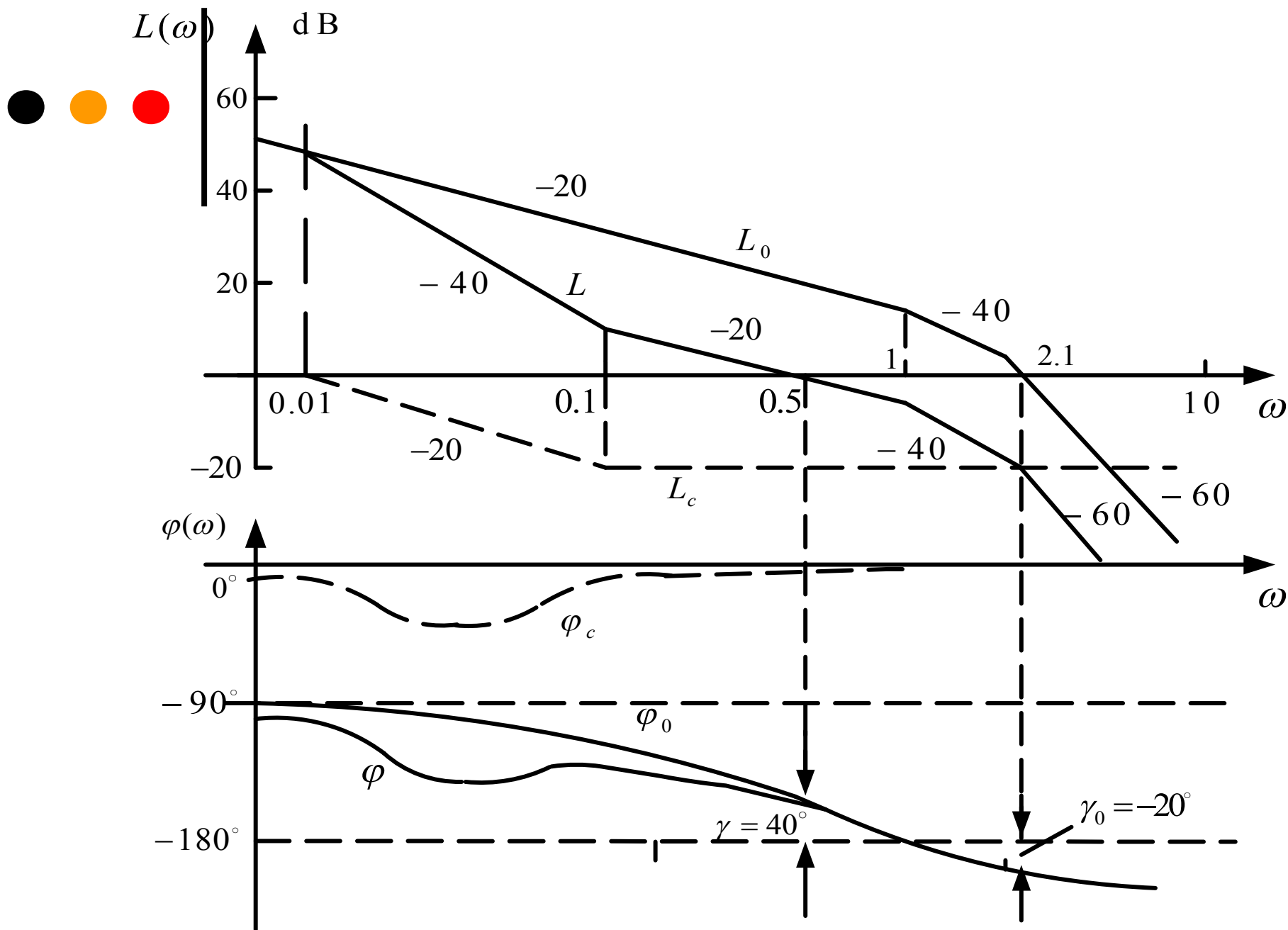
- 在此频率上，开环传递函数的相位裕量应等于要求的相位裕量再加上（ $5\sim 12^\circ$ ）--- 补偿滞后校正网络本身在 ω_c 处的相位滞后。
- 原系统在其增益剪切频率 ω_{c0} 处的相角衰减得很快，采用超前校正作用不明显，故考虑采用滞后校正。
- 现要求校正后系统的相位裕量 $\gamma \geq 40^\circ$ ，为了补偿滞后校正网络本身的相位迟后，需再加上 $5\sim 12^\circ$ 的补偿角，所以取

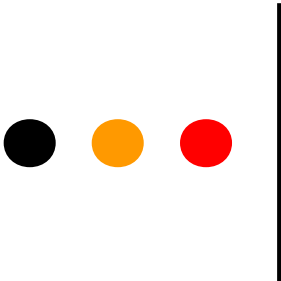
$$\Delta\gamma = 40 + (5\sim 12) = 52^\circ \quad \text{补偿角取 } 12^\circ$$



- 在 Bode 图上可找得，在 $\omega = 0.5\text{s}^{-1}$ 附近的相位角等于 -128° （即相位裕量为 52° ），故取此频率为校正后系统的增益剪切频率。即：

$$\omega_c = 0.5\text{s}^{-1}$$



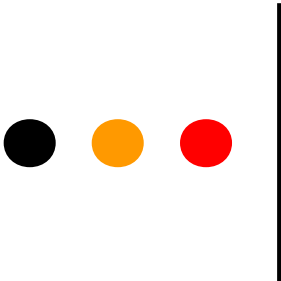


(3) 求 β 值

- 确定原系统频率特性在 $\omega = \omega_c$ 处幅值下降到 0dB 时所必需的衰减量 ΔL 。由等式 $\Delta L = 20\lg\beta$ 求取 β 值。
- 由图得原系统在 ω_c 处的幅频增益为 20dB，为了保证系统的增益剪切频率在 ω_c 处，滞后校正装置应产生 20dB 的衰减量： $\Delta L = 20\text{dB}$ ，即

$$20 = 20\lg\beta$$

$$\beta = 10$$

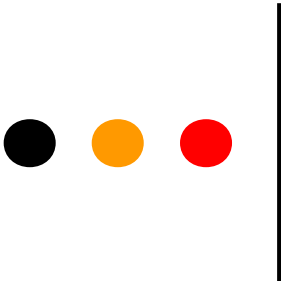


(4) 选取 T 值。

- 为了使滞后校正装置产生的相位滞后对校正后系统的增益剪切频率 ω_c 处的影响足够小，一般取

$$\omega_c = (5 \sim 10) \frac{1}{T}$$

- 取 $\frac{1}{T} = \frac{1}{5} \omega_c = 0.1 s^{-1}$ $\frac{1}{\beta T} = 0.01 s^{-1}$



(5) 确定迟后校正装置的传递函数。

$$G_c(s) = \frac{10s + 1}{100s + 1} = \frac{1}{10} \times \frac{s + 0.1}{s + 0.01}$$

○ 校正后系统的开环传递函数

$$G(s) = G_0(s) \cdot G_c(s) = \frac{5(10s + 1)}{s(100s + 1)(s + 1)(0.5s + 1)}$$

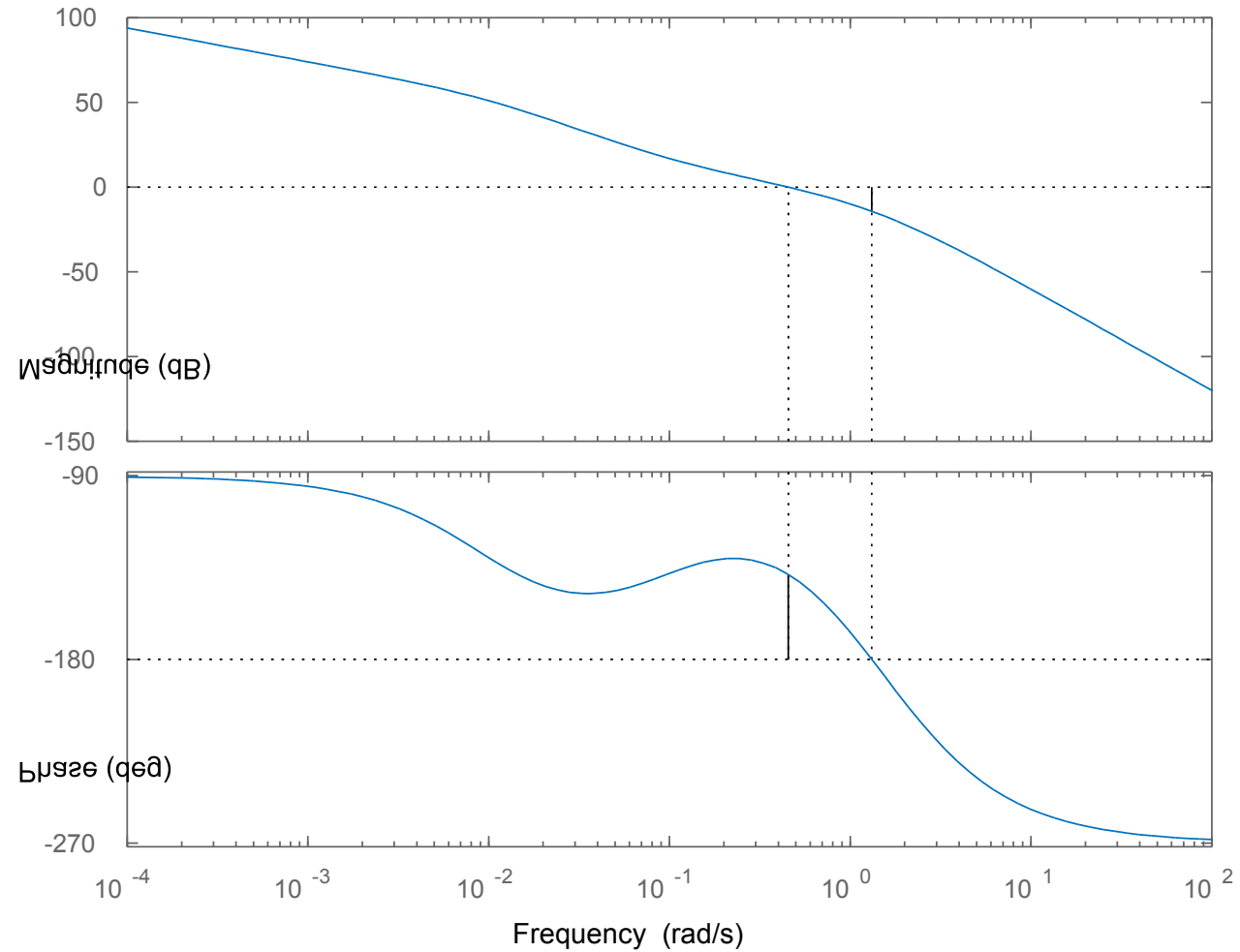
(6) 检验。

○ 作出校正后系统的伯德图，求得 $\gamma = 40^\circ$ ， $K_V = 5$ 。所以，系统满足要求。

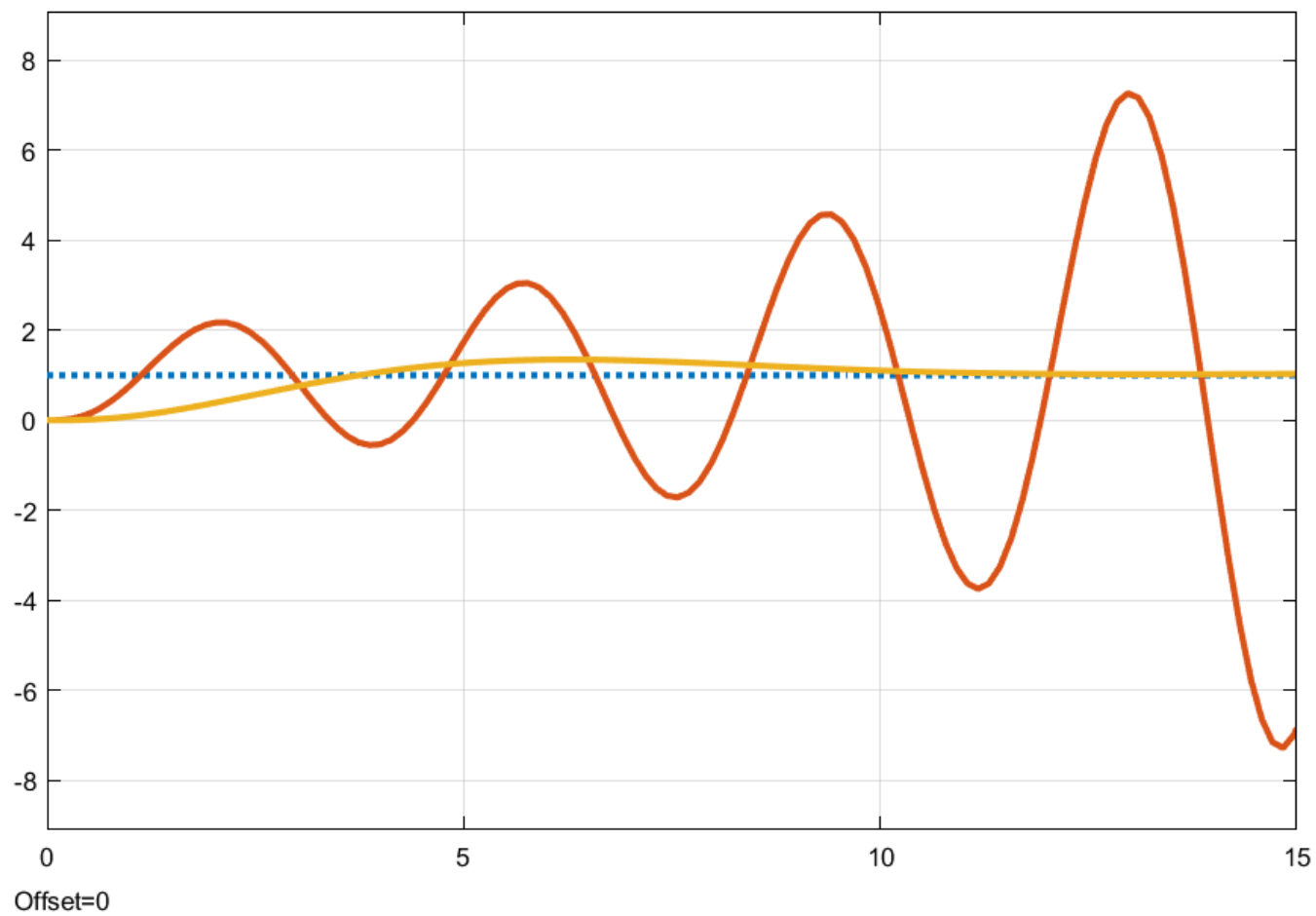


Bode Diagram

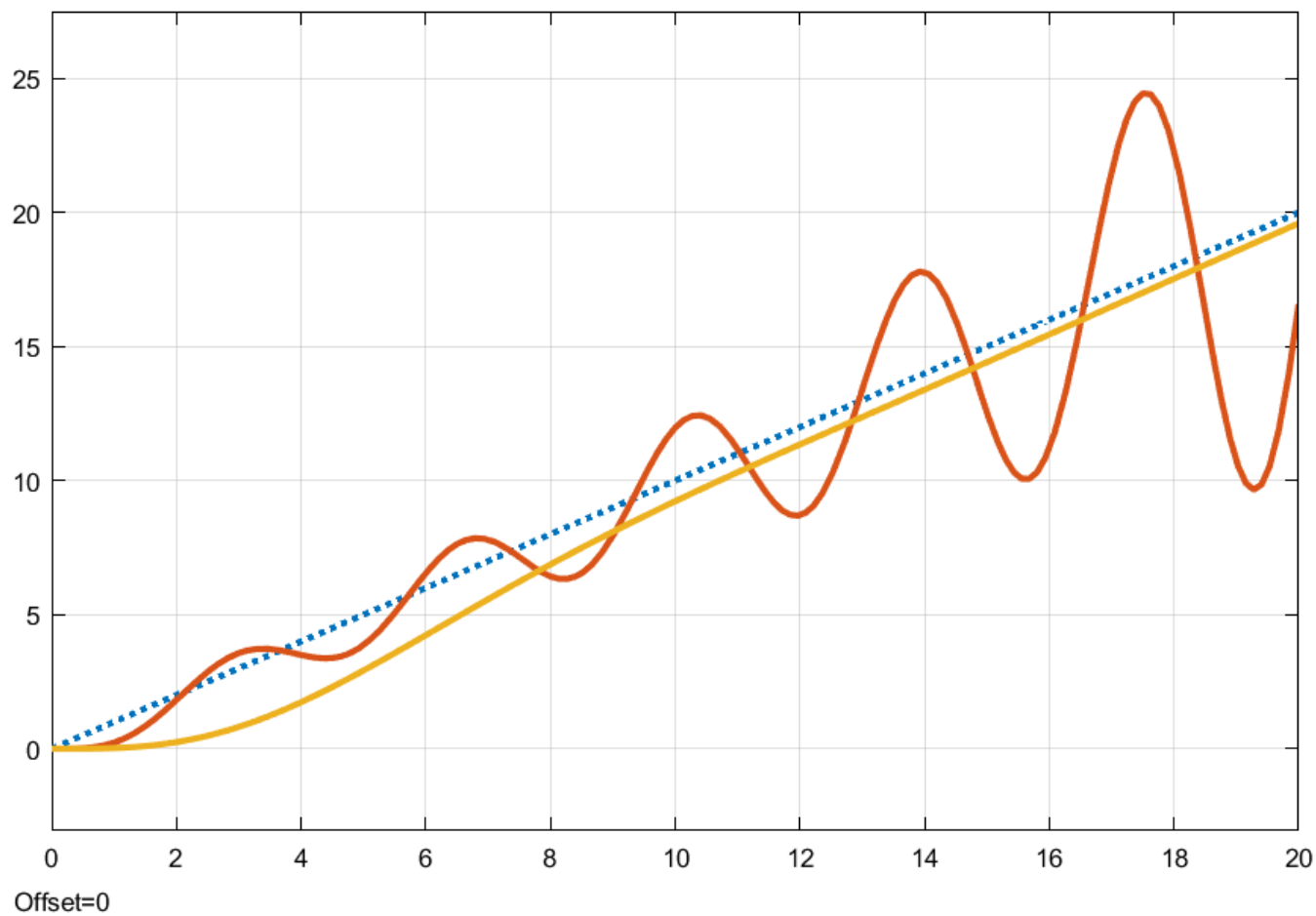
Gm = 14.3 dB (at 1.32 rad/s) , Pm = 41.6 deg (at 0.454 rad/s)

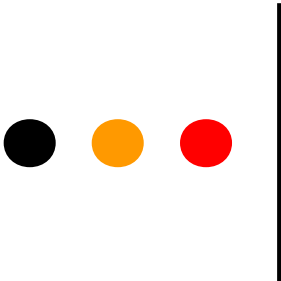


滞后校正



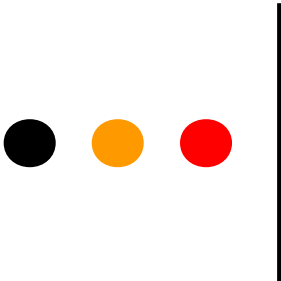
滞后校正





滞后校正

- 在迟后校正中，我们利用的是迟后校正网络在高频段的衰减特性，而不是其相位的迟后特性。对系统迟后校正后：
- **改善了系统的稳态性能。**
- 迟后校正网络实质上是一个低通滤波器，对低频信号有较高的增益，从而减小了系统的稳态误差。同时由于迟后校正高频段的衰减作用，使增益剪切频率移到较低的频率上，保证了系统的稳定性。
- **响应速度变慢。**
- 迟后校正装置使系统的频带变窄，导致动态响应时间增大。
。

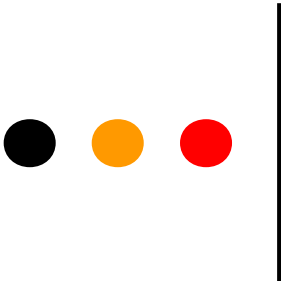


小结：相位滞后校正的作用

- 截止频率前移，带宽减小，牺牲了快速性；
- 换取了稳定性；
- 并没有改变系统低频段的特性，对稳态精度不起破坏作用。

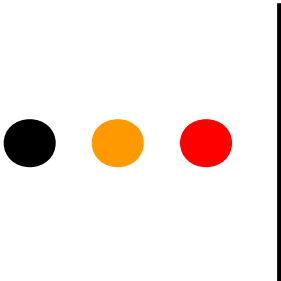
超前校正和迟后校正的区别与联系

	超前校正	迟后校正
原理	利用超前网络的相角超前特性，改善系统的动态性能。	利用迟后网络的高频幅值衰减特性，改善系统的稳态性能。
效果	(1)在 ω_c 附近，原系统的对数幅频特性的斜率变小，相角裕量 γ 与幅值裕量 K_g 变大。 (2)系统的频带宽度增加。 (3)由于 γ 增加，超调量下降。 (4)不影响系统的稳态特性，即校正前后 e_{ss} 不变。	(1)在相对稳定性不变的情况下，系统的稳态精度提高了。 (2)系统的增益剪切频率 ω_c 下降，闭环带宽减小。 (3)对于给定的开环放大系数，由于 ω_c 附近幅值衰减，使 γ 、 K_g 及谐振峰值 M_r 均得到改善。
缺点	(1)频带加宽，对高频抗干扰能力下降。 (2)用无源网络时，为了补偿校正装置的幅值衰减，需附加一个放大器。	频带变窄，使动态响应时间变大。
应用范围	(1) ω_c 附近，原系统的相位迟后变化缓慢，超前相位一般要求小于 55° ，对于多级串联超前校正则无此要求。 (2)要求有大的频宽和快的瞬态响应。 (3)高频干扰不是主要问题。	(1) ω_c 附近，原系统的相位变化急剧，以致难于采用串联超前校正。 (2)适于频宽与瞬态响应要求不高的情况。 (3)对高频抗干扰有一定的要求。 (4)低频段能找到所需要的相位裕量。



6.3.3 相位滞后 - 超前校正

- 综合了两种校正方式的优点
- 越是完善的校正方法，所采用的装置就越复杂，设计过程也越复杂

- 
- 控制系统为单位反馈系统，其开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

- 试求能满足单位速度输入下 $e_{ss} = 0.1$ $\gamma = 50^\circ$, $K_g \geq 10\text{dB}$

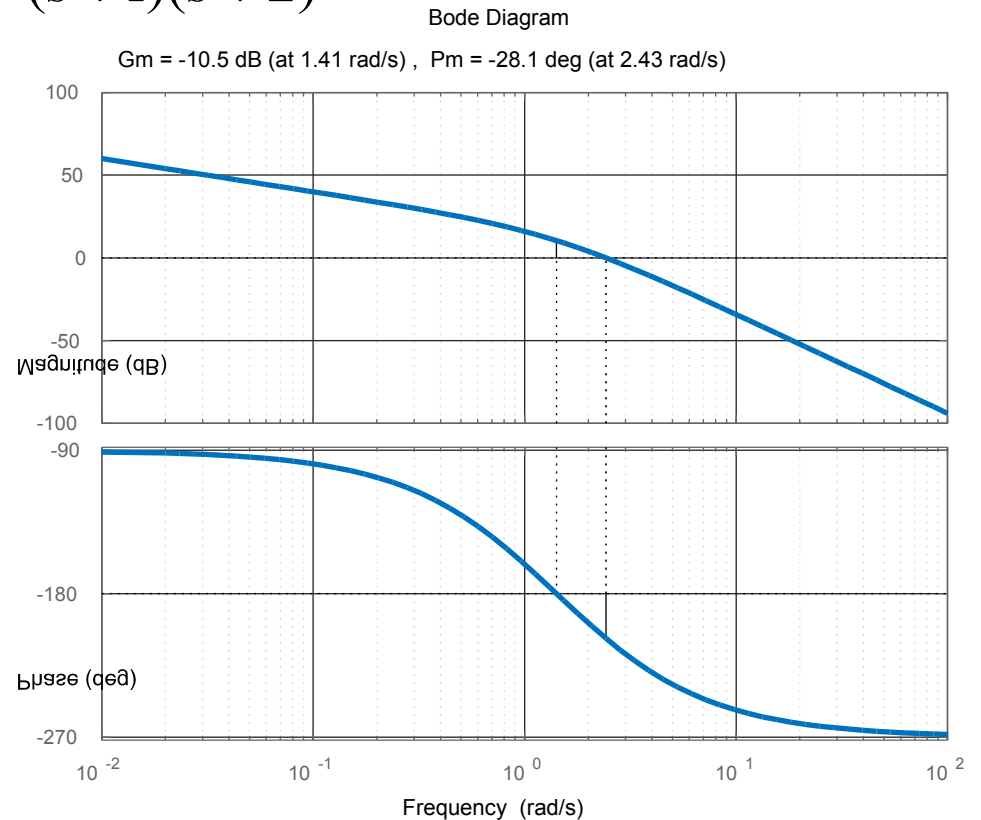
, 的滞后 - 超前校正

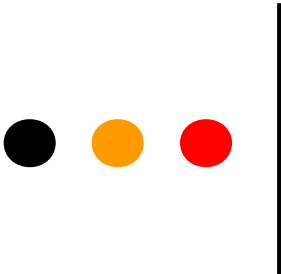
- 根据稳态误差确定 K 值

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+G(s)} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{(s+1)(s+2)}} = 0.1$$

$$K = 20$$

- 画 Bode 图:



- 
- 相位裕度 -28.1° ，校正前系统不稳定
 - 选择新的幅值穿越频率。
 - 由图可知， $\omega = 1.41$ rad/s 时，相位 -180° ，选择它附近作为新的幅值穿越频率较为方便
 - 也就是说在 $\omega = 1.5$ rad/s 时，相位超前角为 50°



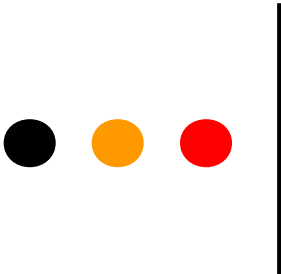
可行吗?
?

- 确定了幅值穿越频率等于 1.5rad/s ，就可以以此确定滞后 - 超前校正中滞后部分的转角频率

- 选择转角频率 $\omega = 1/T_2$ 在新的幅值穿越频率以下
10 倍频程处，即 $\omega = 0.15$ rad/s

- 超前校正部分，最大相位超前角 ϕ_m 可由 $\sin \phi_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$
确定

- 此时 $\alpha = 1/\beta$ 等于 $\beta = 10$ 。计算得 $\phi_m = 54.9^\circ$

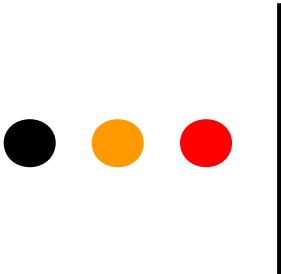


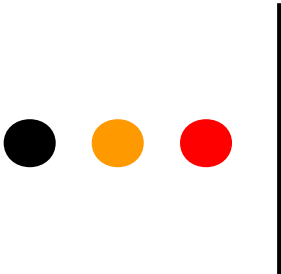
于是转角频率 $\omega = 1 / \beta T_2$ $\omega = 0,015$ rad/s

因此，滞后部分的传递函数为
$$\frac{s + 0.15}{s + 0.015} = 10 \frac{6.67s + 1}{66.7s + 1}$$

相位超前部分确定如下：

新的幅值穿越频率为 $\omega = 1.5$ rad/s，由原系统 Bode 图可求，幅值为 9.42dB。因此，要求在为 $\omega = 1.5$ rad/s 处，滞后 - 超前校正能够产生 -9.42dB 的幅值

- 
- 根据这一要求，绘制一条斜率为 20dB/10 倍频程且通过（ -9.42db ， 1.5rad/s ）的直线，该直线与 0dB 和 -20dB 线的交点即可确定所要求的转角频率
 - 因此，相位超期部分的转角频率为 0.7rad/s 和 7rad/s
 - 相位超前部分的传递函数为 $\frac{s + 0.7}{s + 7} = \frac{1}{10} \frac{1.43s + 1}{0.143s + 1}$

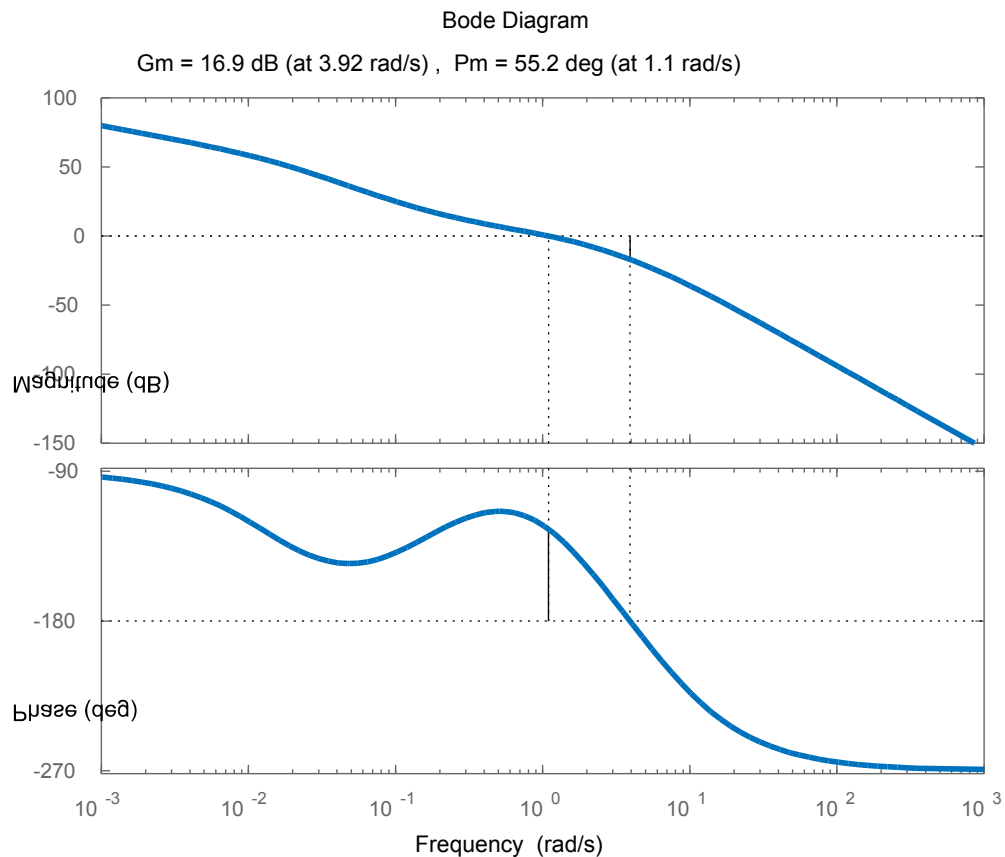
- 
- 相位滞后与相位超前部分组合在一起，得到滞后 - 超前校正的传递函数，考虑幅值补偿：

$$G_c(s) = \frac{s+0.7}{s+7} \frac{s+0.15}{s+0.015} = \frac{1.43s+1}{0.143s+1} \frac{6.67s+1}{66.7s+1}$$

- 已校正系统的传递函数：

$$\begin{aligned} G_c(s)G(s) &= \frac{s+0.7}{s+7} \frac{s+0.15}{s+0.015} \frac{20}{s(s+1)(s+2)} \\ &= \frac{10(1.43s+1)(6.67s+1)}{s(0.143s+1)(66.7s+1)(s+1)(0.5s+1)} \end{aligned}$$

校正后系统的 Bode 图:

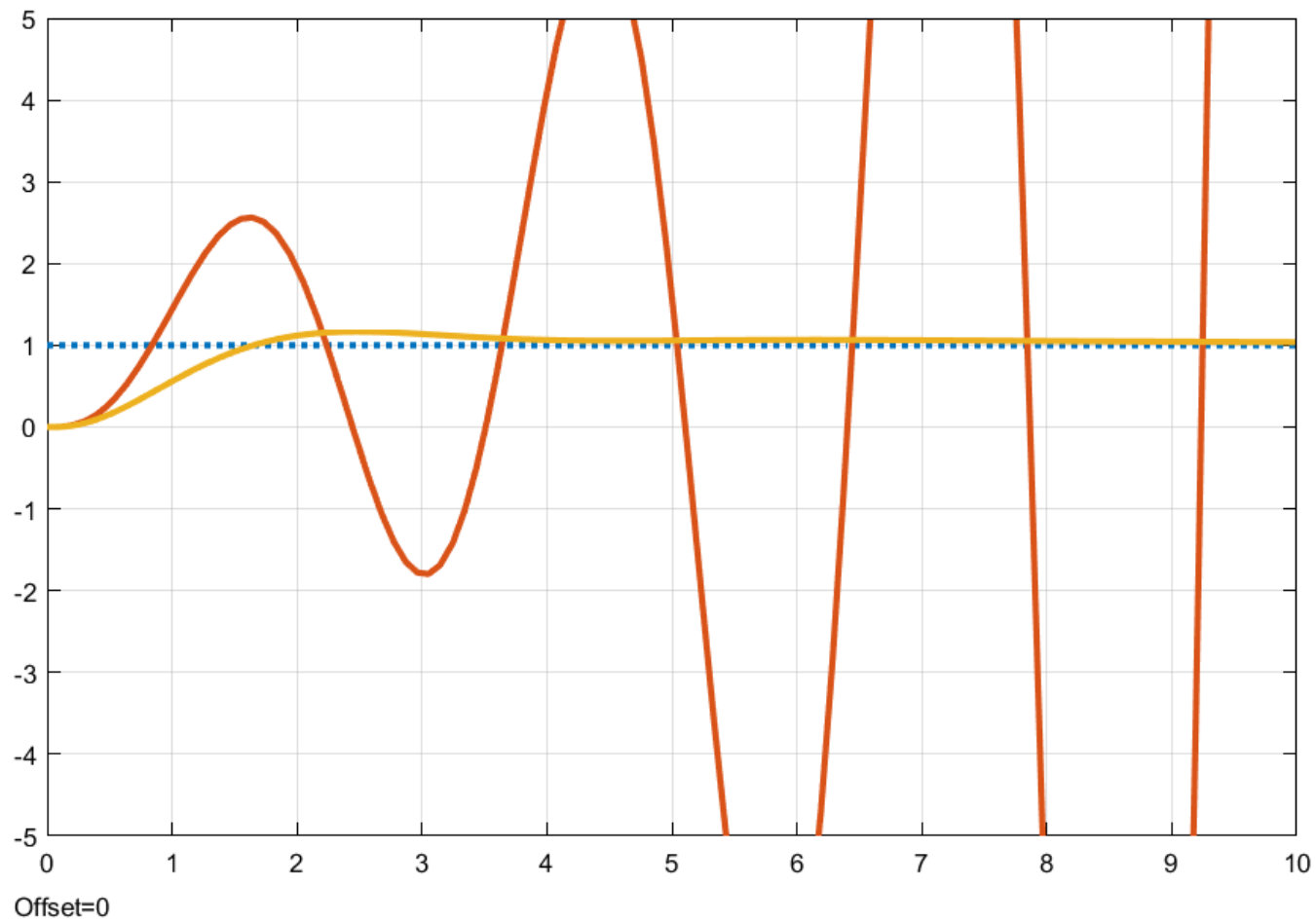


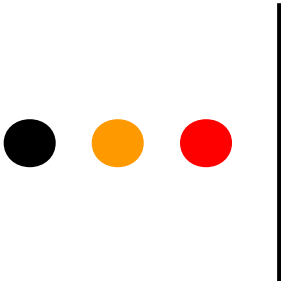
幅值裕度 16.9dB

(3.92rad/s)

相位裕度 55.2°

(1.1rad/s)



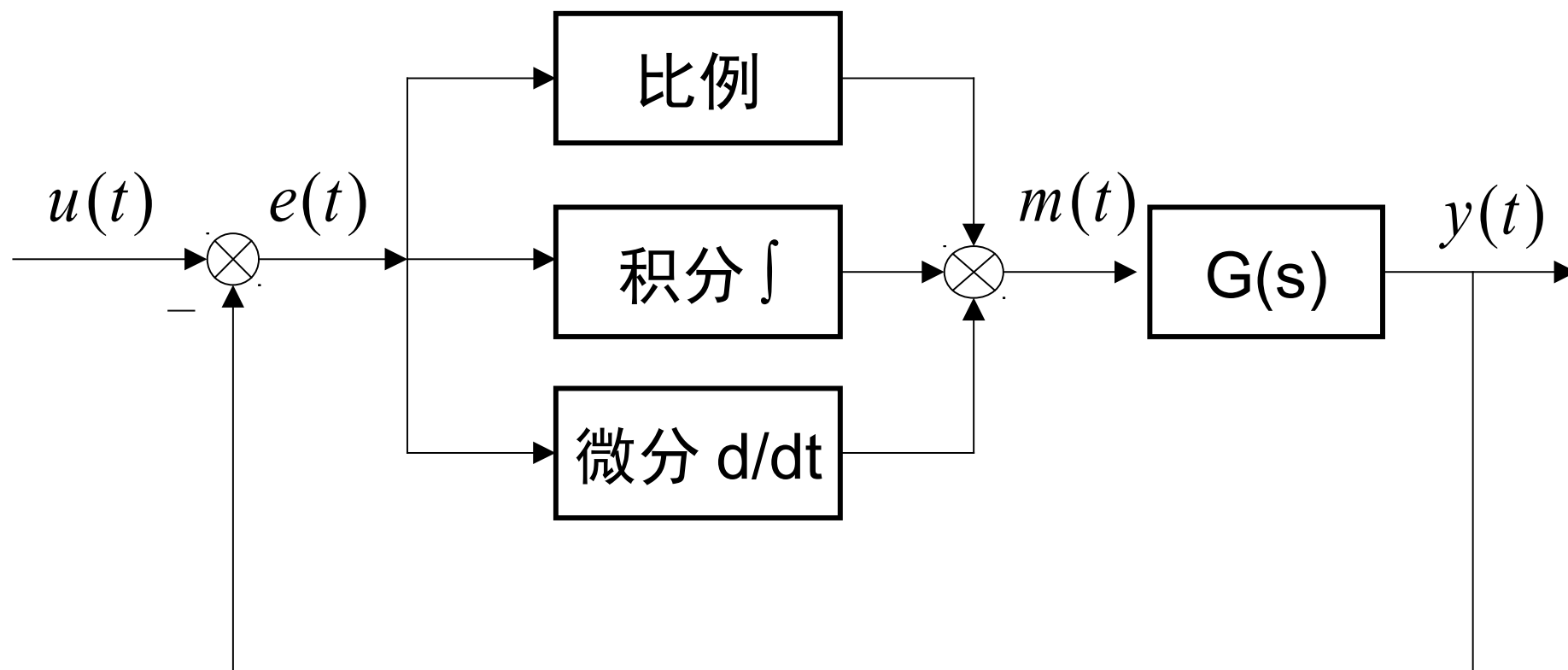


6.4 PID 校正

- 是工程中应用十分成熟和广泛的校正方法，控制技术中经典的方法，至今仍占有统治地位；
 - P：Proportional（比例）
 - I：Integral（积分）
 - D：Derivative（微分）
- PID 控制律：对偏差进行比例、积分、微分变换的一种控制规律。



$$m(t) = K_p \left[\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) d\tau + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right]$$



—— 也是属于一种串联校正

按照比例、微分、积分控制项的不同组合可分别构成

- **PD** （比例微分）

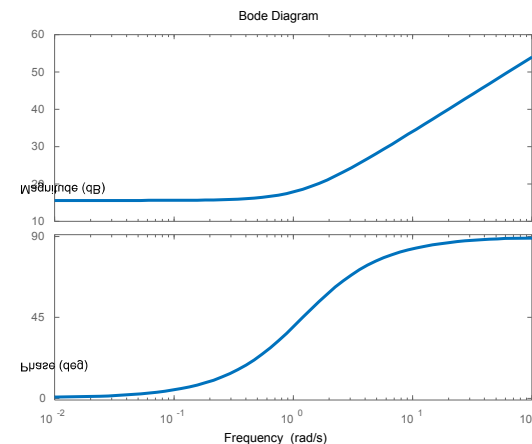
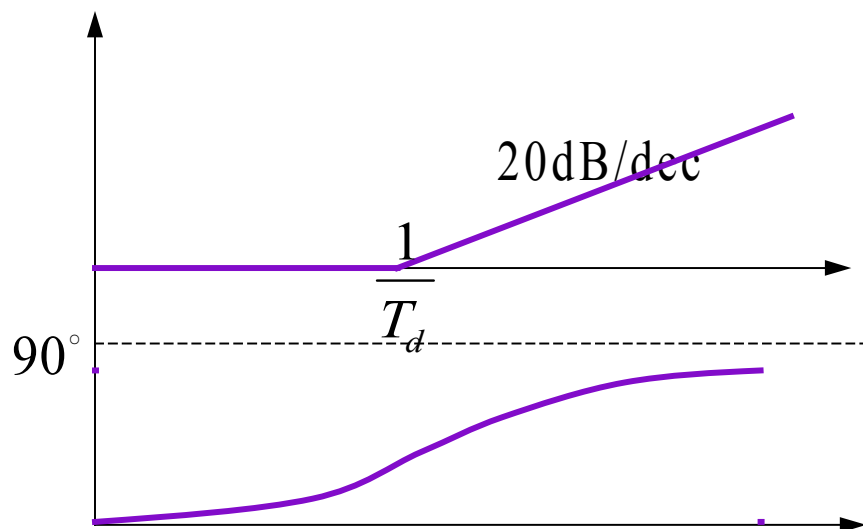
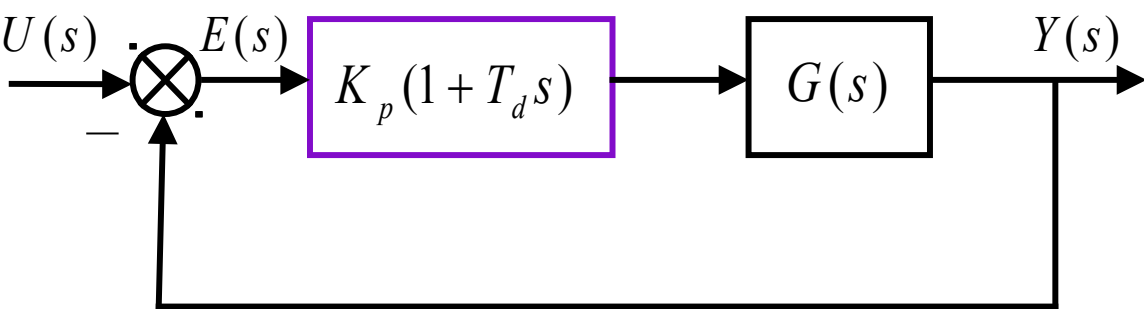
- **PI** （比例积分）

- **PID** （比例积分微分）

$$m(t) = K_p \left[\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) d\tau + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right]$$

$$M(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right] E(s)$$

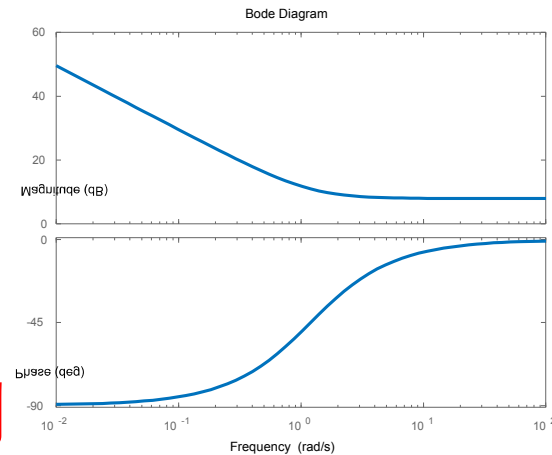
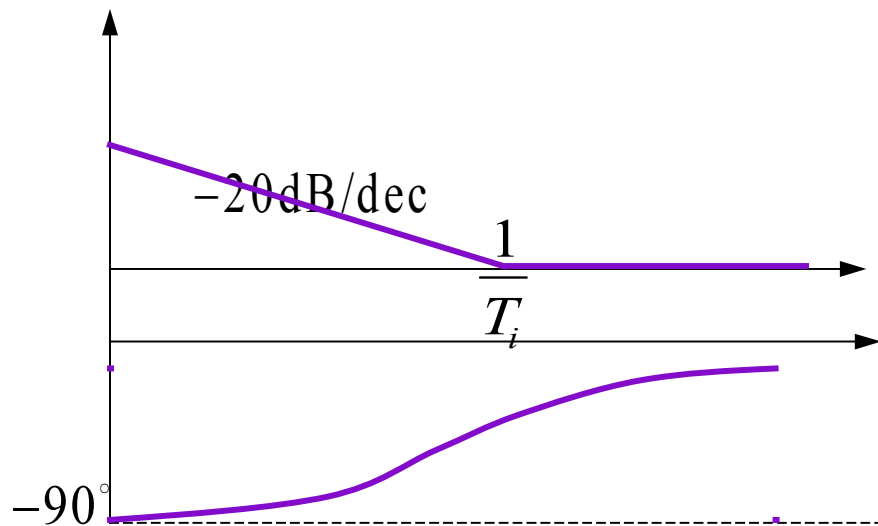
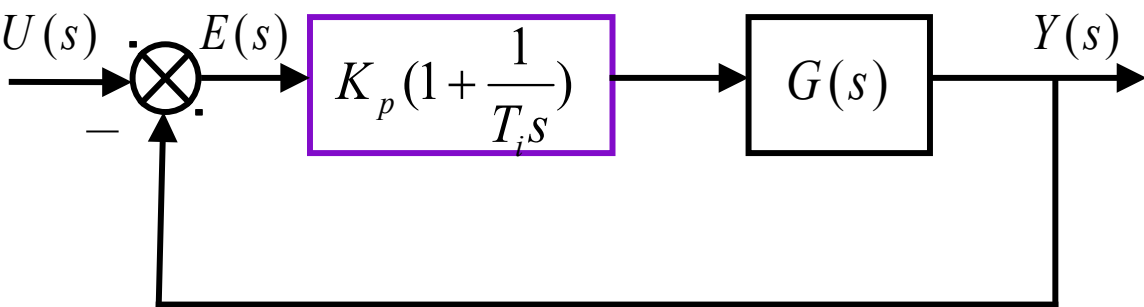
6.4.1 PD 调节器



控制作用

- 稳定裕量增加，稳定性增强；
- $\omega_c \uparrow$ ，带宽 $\uparrow$ ，快速性 $\uparrow$
- 但是：高频增益 $\uparrow$ ，抗干扰能力 $\downarrow$

6.4.2 PI 调节器



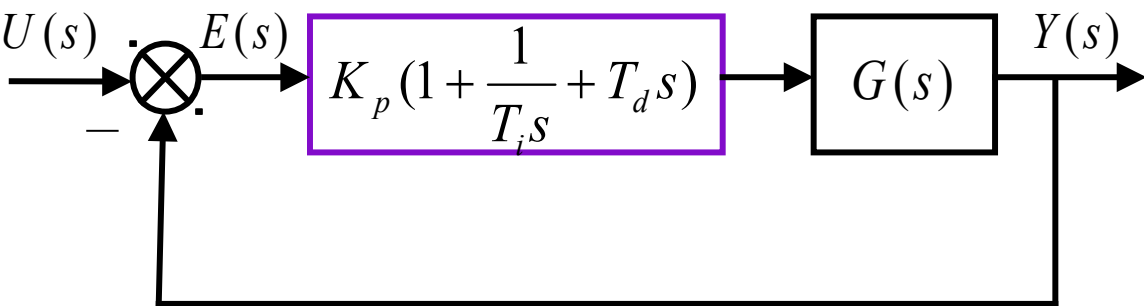
控制作用

- 提高系统的型次，系统稳态误差得以消除或减少；

- 但是： $\gamma \downarrow$ ，稳定程度 $\downarrow$

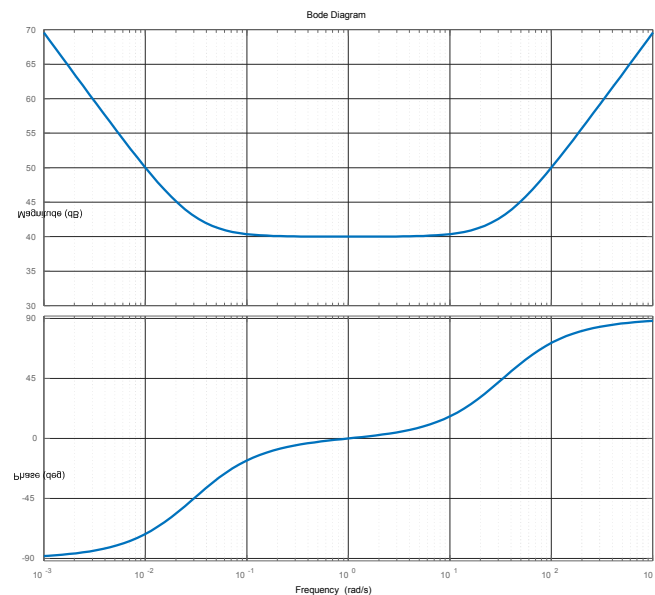
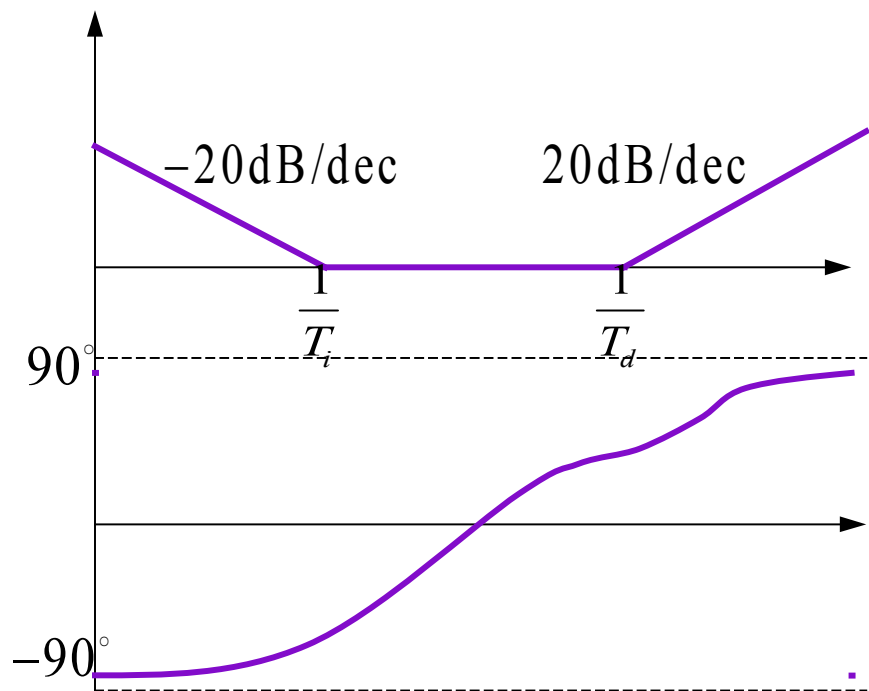
所以，只有稳定裕量足够大时才能采用这种控制。

PID 调节器



控制作用

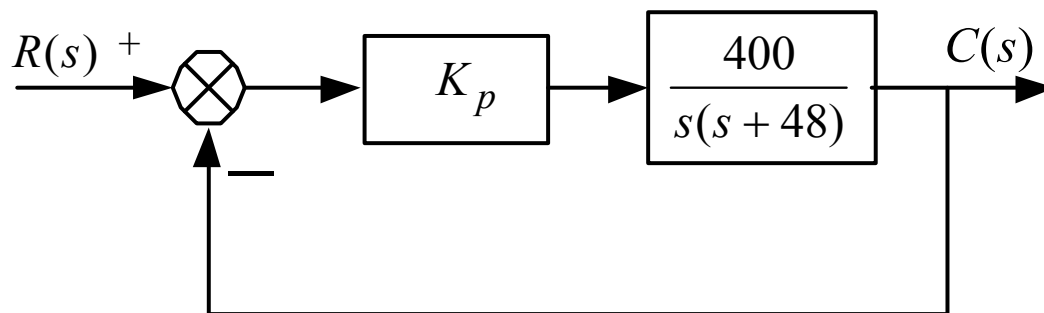
- 积分：消除稳态偏差
- 微分：加快响应速度



PID 校正

例 分析 引入 P、PD 调节器后，系统性能的变化

○ 解：引入 P 调节器后

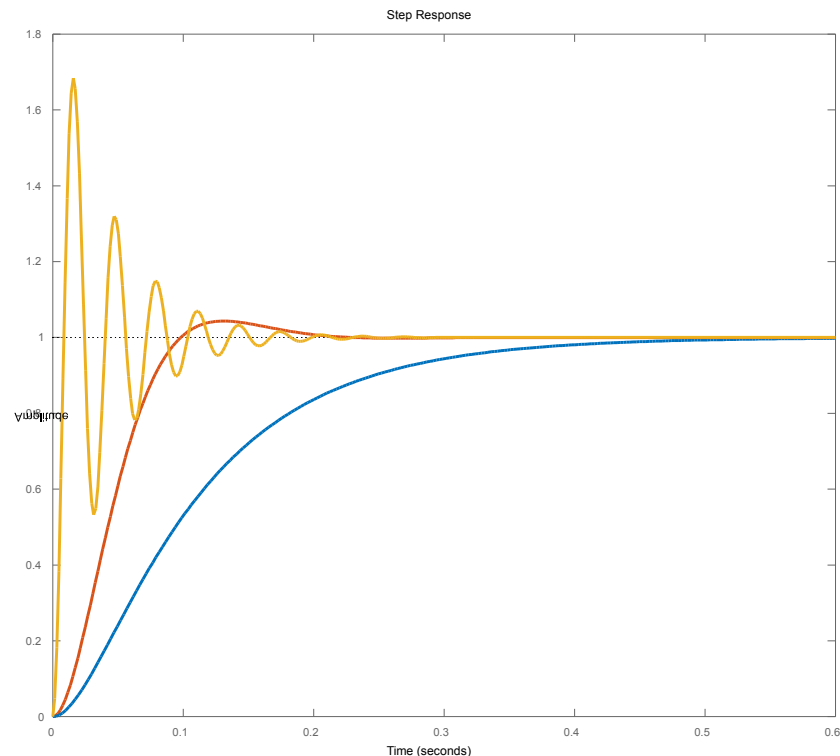


系统输出：

$$C(s) = \frac{400K_p}{s(s^2 + 48s + 400k_p)}$$

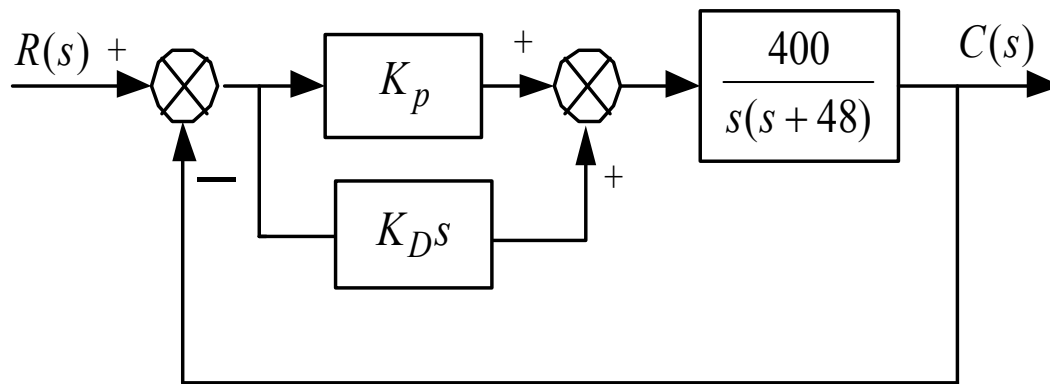
PID 校正

- 当 $K_p=1$ 时, $\zeta=1.2$, 系统过阻尼状态, 无振荡和超调, 过渡过程时间很长。
- 当 $K_p=2.88$ 时, $\zeta=0.707$, 系统欠阻尼状态, $\sigma_p=4.3\%$, $t_s=0.17s$, 是一种比较理想的情况。
- 当 $K_p=100$ 时, $\zeta=0.12$, 系统欠阻尼状态, $\sigma_p=68\%$ 。
- 比较发现, 如果 K_p 是唯一设计参数, 应取值 $K_p=2.88$, 使系统的阻尼比 $\zeta=0.707$ 左右, 以获得尽量好的性能。



PID 校正

○ 引入 PD 调节器

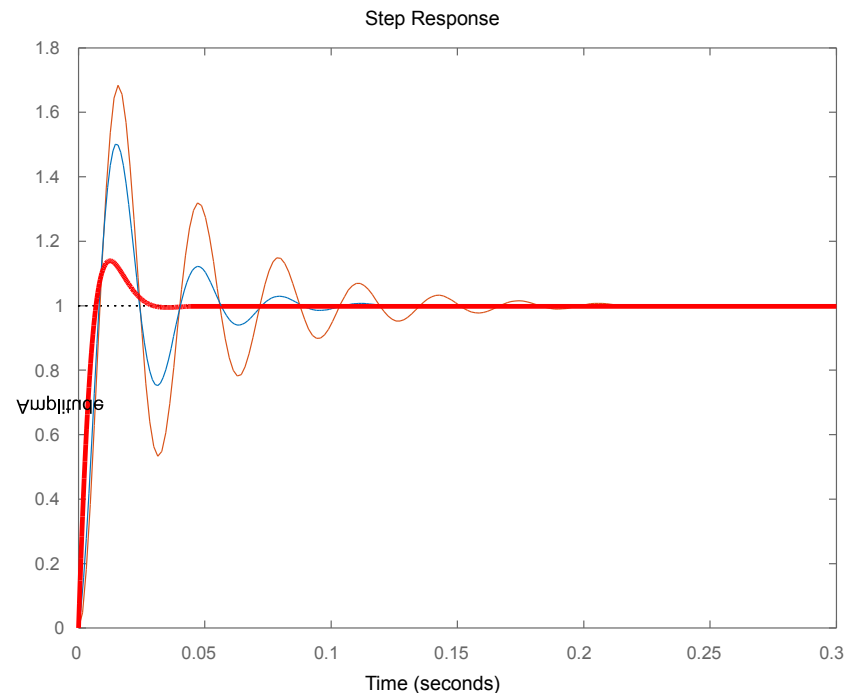


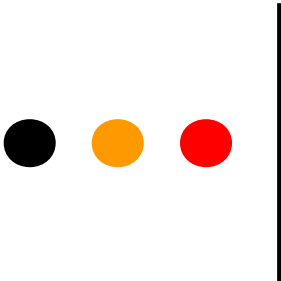
○ 系统输出：

$$C(s) = \frac{400K_D s + 100K_p}{s[s^2 + (400K_D + 48)s + 400k_p]}$$

PID 校正

- 当 $K_p=100$, $K_D=0$ 时, 系统的极点为: $-24 \pm j198.6$, 随着 K_D 的增加, 两个极点向实轴方向移动, 当 $K_D=0.88$ 时, 两个极点正好为 -200 , 系统的阻尼作用明显地增加了。
- 注意: 模拟 PD 调节器的微分环节是一个高通滤波器, 会使系统的噪声放大, 抗干扰能力下降, 在实际使用中须加以注意解决。





PID 校正

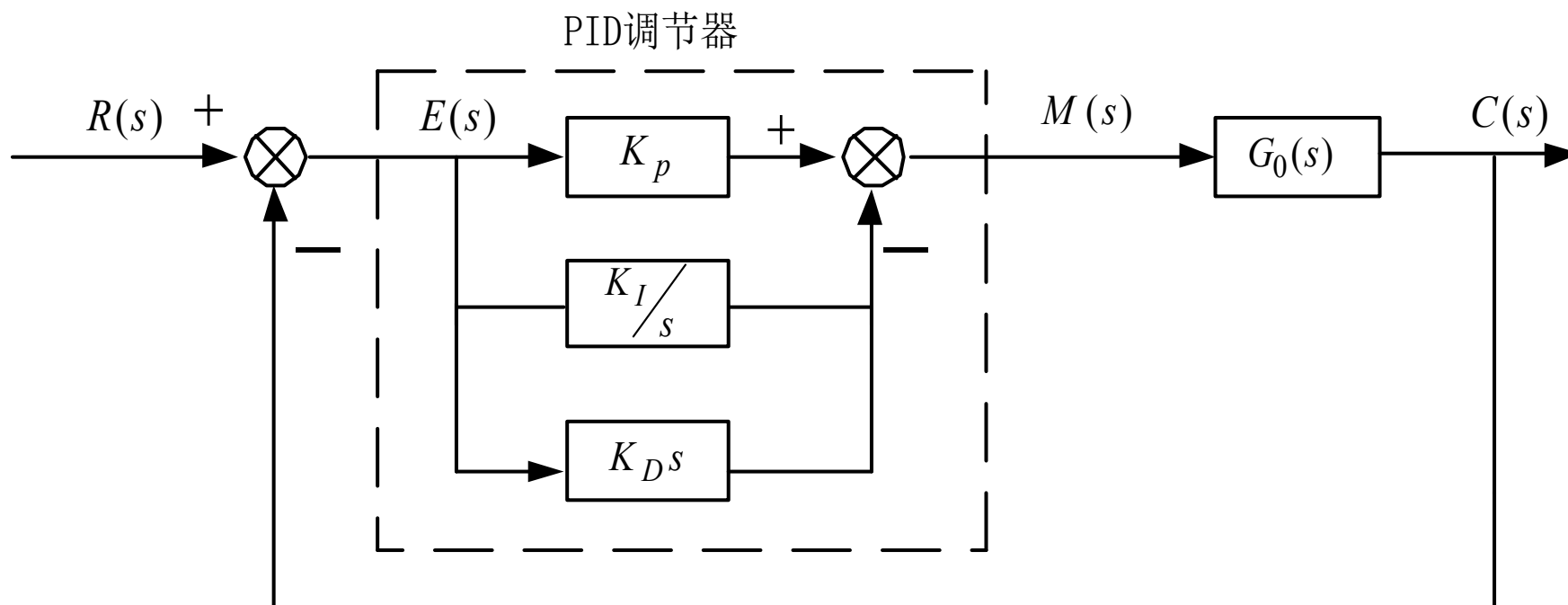
- 例：设原系统的开环传递函数 $G_0(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta \omega_n)}$
- 引入 PI 调节器后，系统的开环传递函数

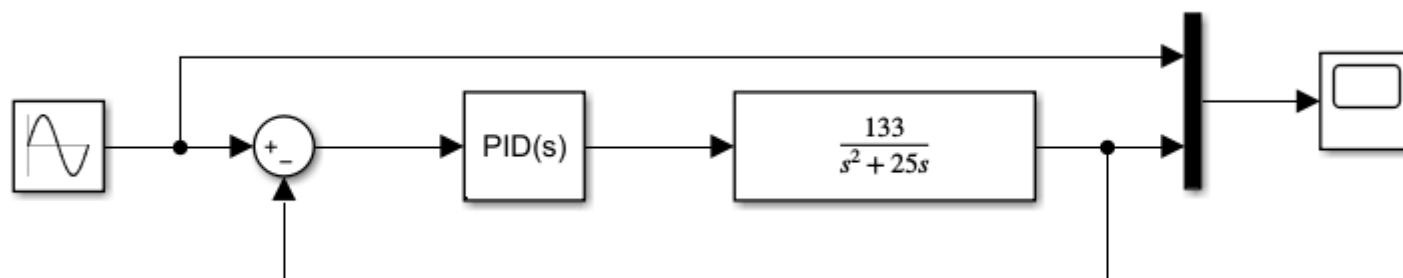
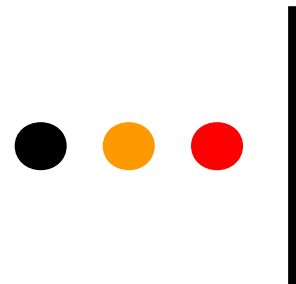
$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} \quad G(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{\omega_n^2 (K_p s + K_I)}{s^2 (s + 2\zeta \omega_n)}$$

- 可见，闭环系统由原来的 I 型变为 II 型，对改善系统的稳态特性是有好处的。
- 对于稳定系统来说，原系统对速度输入的稳态误差由原来为一个常数，现在减小为零了。另一方面由于系统的阶次提高，即由原来的二阶变成了三阶，系统的稳定性下降了。如果 K_p 、 K_I 选择不当，很可能会造成不稳定。



PID 校正





Source:

internal

Proportional (P):

60

Integral (I):

1

Derivative (D):

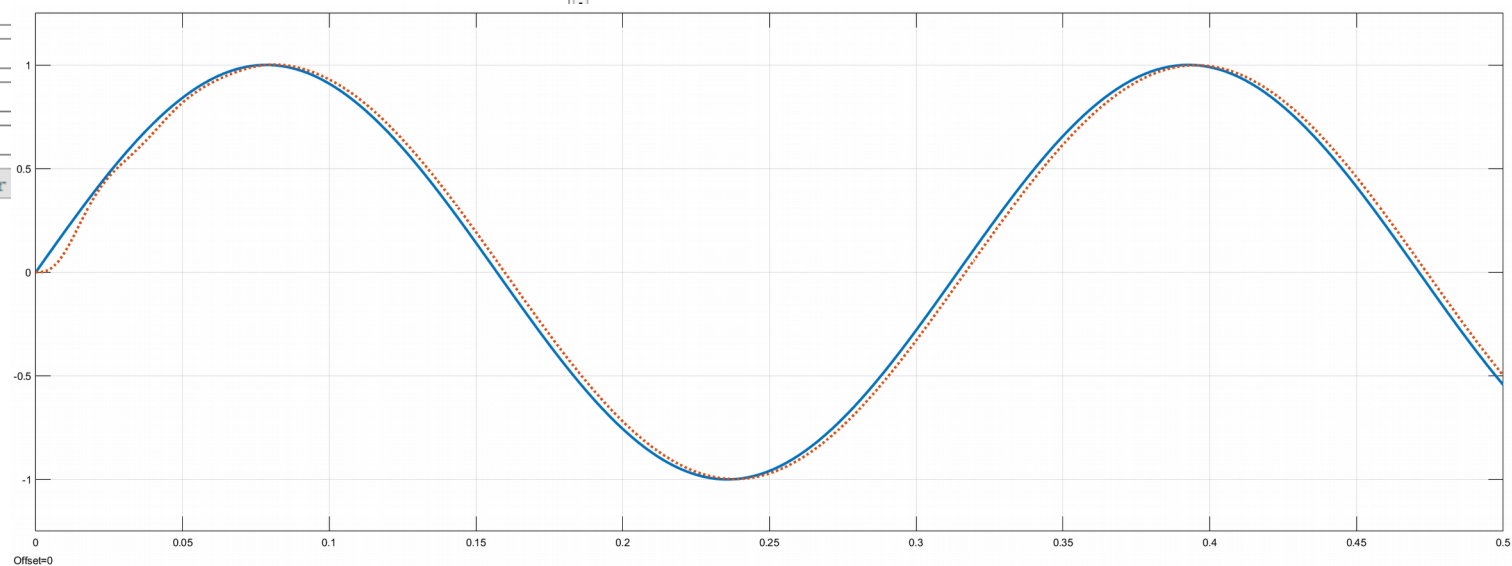
3

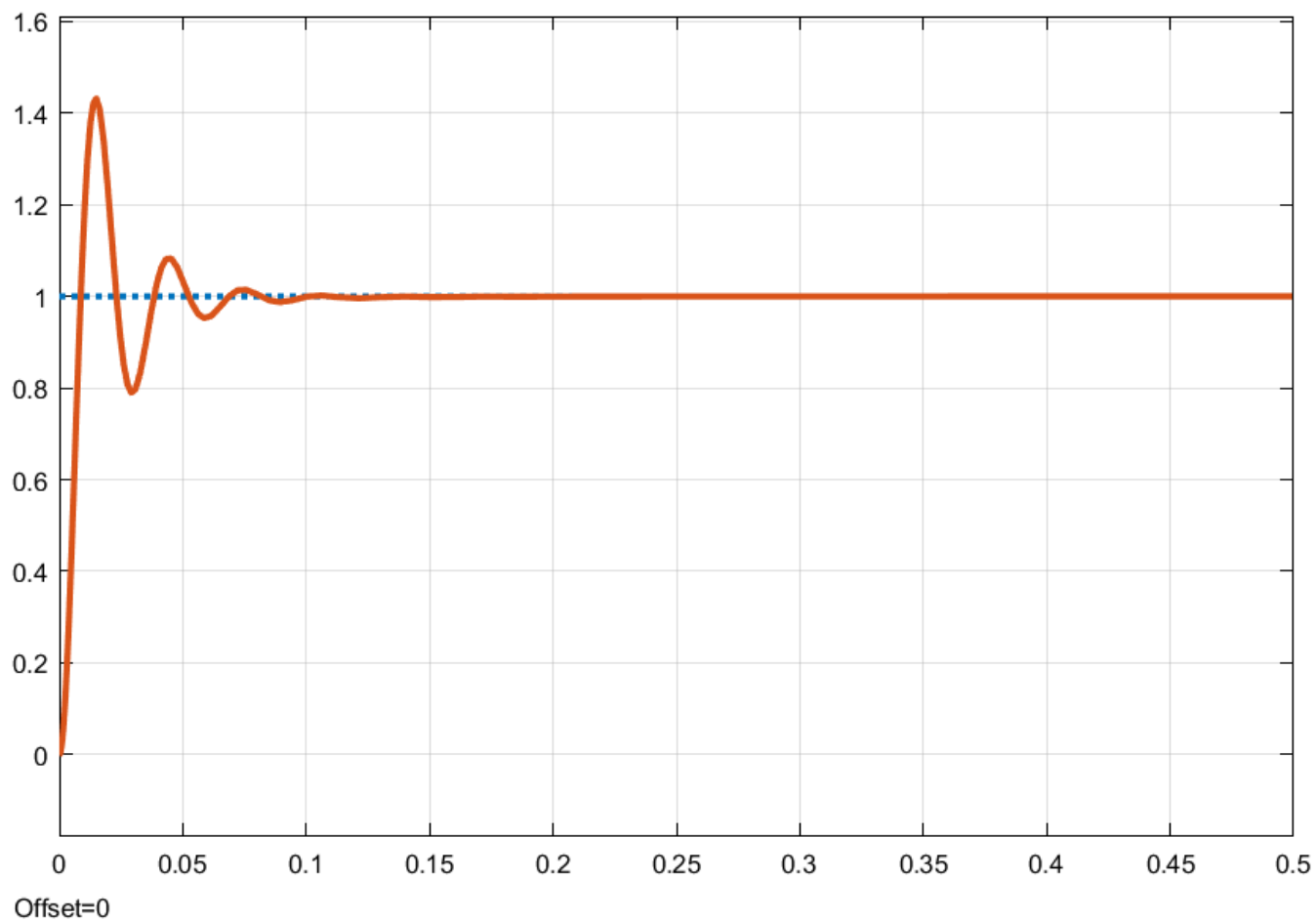
Filter coefficient (N):

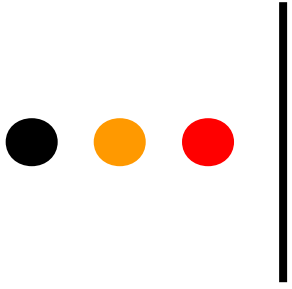
100

Select Tuning Method:

Transfer







The End