

心理统计学第七讲

讲师 司马紫衣



高途学院APP下载



高途学院公众号





第十章 方差分析

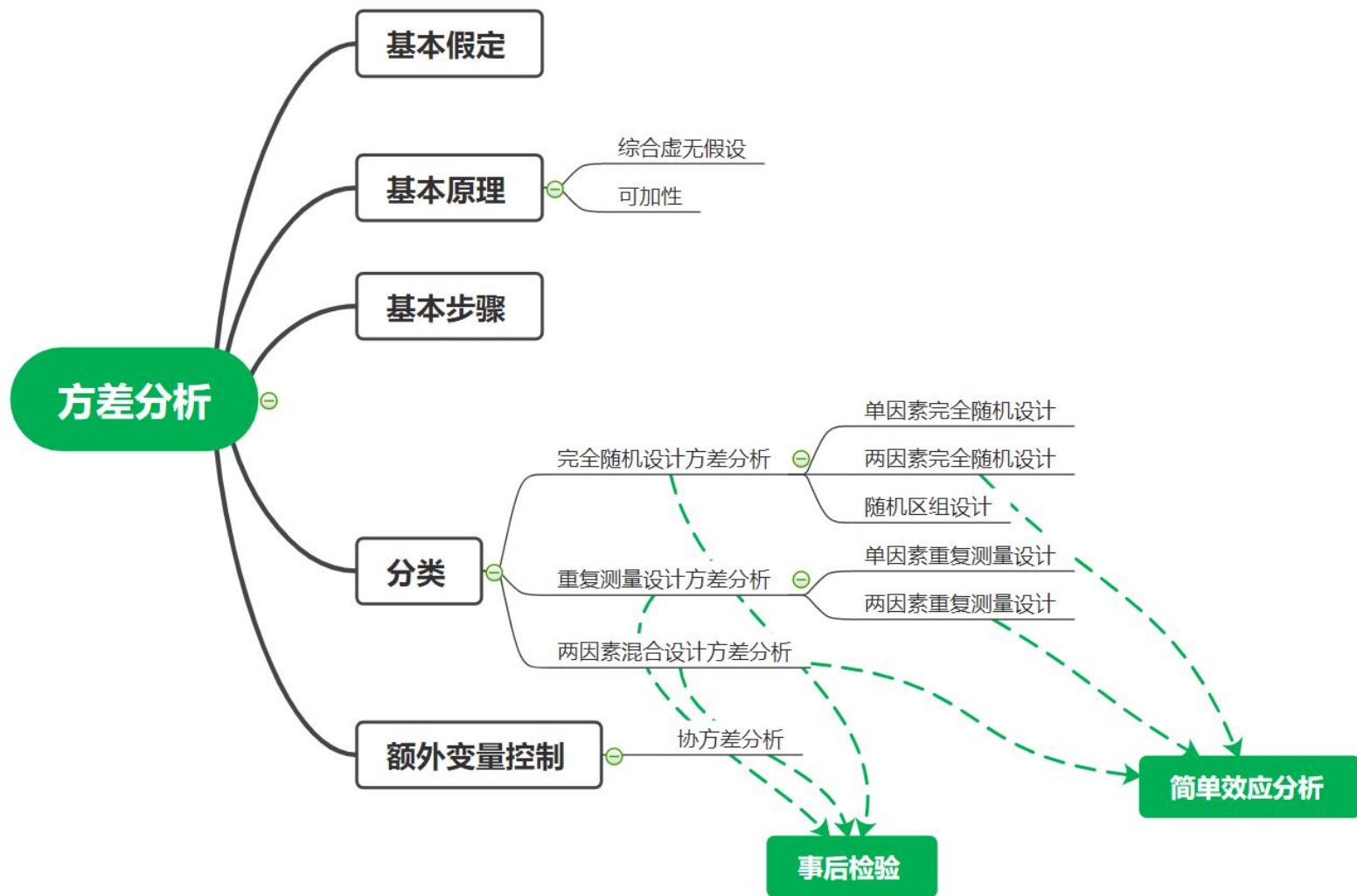


概览

- ◆ 方差分析的基本原理（选择）
- ◆ 完全随机设计的方差分析（单选、简答、综合）
- ◆ 重复测量设计的方差分析（单选、简答、综合）
- ◆ 两因素混合设计的方差分析（单选、简答、综合）
- ◆ 协方差分析（单选）
- ◆ 事后检验和简单效应分析（选择、简答、综合）



本章结构





三、重复测量设计的方差分析

(一) 单因素重复测量设计

1. 组内设计、被试内设计
2. 1个自变量
3. 自变量的水平 $k \geq 2$
4. 处理数=自变量水平数
5. 没有分组，每个被试都要接受所有的处理
6. 变异来源有3个：
 - ✓ 被试间变异 $SS_{\text{被试间}}$
 - ✓ 被试内变异
 - ✓ 自变量的变异 $SS_{\text{处理}}$
 - ✓ 残差 SS_E
7. 观测值=群体均值+个体差异+自变量影响+误差



三、重复测量设计的方差分析

单因素重复测量设计方差分析表

变异来源	平方和	自由度	均方	F	p
被试间	$SS_{\text{被试间}}$	$n-1$	$MS_{\text{被试间}}$		$< \text{or} > \alpha$
被试内	SS_w				
处理	$SS_{\text{处理}}$	$k-1$	$MS_{\text{处理}}$	$MS_{\text{处理}} / MS_E$	
残差	SS_E	$N-n-k+1$	MS_E		
总变异	SS_T	$N-1$			



三、重复测量设计的方差分析

数据关系：

1. 总自由度 $df = N - 1$
2. $df_t = df_{\text{被试间}} + df_{\text{被试内}} = df_{\text{被试间}} + df_{\text{处理}} + df_{\text{残差}}$
3. 自变量的自由度 = 自变量水平 - 1
4. F检验的分母永远是误差项的均方
5. 残差是误差项

结果：

1. 1个主效应
2. “主效应显著&自变量水平 $k > 2$ ”，需要做事后检验。



三、重复测量设计的方差分析

(二) 两因素重复测量设计

1. 组内设计、被试内设计
2. 2个自变量A、B，水平数分别为a、b
3. $a \geq 2$ 、 $b \geq 2$
4. 该实验被描述为 $a*b$ 的实验
5. 没有分组，每个被试都要接受所有的处理
6. 实验处理数= $a*b$



三、重复测量设计的方差分析

7. 变异来源有2类7个:

- ✓ 被试差异造成的变异 $SS_{\text{被试间}}$
- ✓ 被试内变异 $SS_{\text{被试内}}$
 - ✓ A变量 SS_A
 - ✓ A变量和被试之间的交互作用 $SS_{A*\text{被试}}$
 - ✓ B变量 SS_B
 - ✓ B变量和被试之间的交互作用 $SS_{B*\text{被试}}$
 - ✓ 两变量的交互作用 SS_{A*B}
 - ✓ A变量、B变量和被试三者之间的交互作用 $SS_{A*B*\text{被试}}$

8. 观测值=群体均值+A变量影响+A*被试差异影响+B变量影响+B*被试差异影响+A*B影响+A*B*被试差异影响



三、重复测量设计的方差分析

两因素重复测量设计方差分析表

变异来源	平方和	自由度	均方	F	p
被试间	$SS_{\text{被试间}}$	$n - 1$			
被试内	SS_w				
A因素	SS_A	$a - 1$	MS_A	$MS_A / MS_{A \times \text{被试}}$	$< \text{ or } > \alpha$
A×被试	$SS_{A \times \text{被试}}$	$(a - 1)(n - 1)$	$MS_{A \times \text{被试}}$		
B因素	SS_B	$b - 1$	MS_B	$MS_B / MS_{B \times \text{被试}}$	$< \text{ or } > \alpha$
B×被试	$SS_{B \times \text{被试}}$	$(b - 1)(n - 1)$	$MS_{B \times \text{被试}}$		
A×B	SS_{AB}	$(a - 1)(b - 1)$	MS_{AB}	$MS_{AB} / MS_{AB \times \text{被试}}$	$< \text{ or } > \alpha$
AB×被试	$SS_{AB \times \text{被试}}$	$(a - 1)(b - 1)(n - 1)$	$MS_{AB \times \text{被试}}$		
总变异	SS_t	$N - 1$			



三、重复测量设计的方差分析

数据关系：

1. 总自由度 $df = N - 1$
2. $df_t = df_{\text{被试间}} + df_{\text{被试内}} = df_{\text{被试间}} + df_A + df_{A*\text{被试}} + df_B + df_{B*\text{被试}} + df_{AB} + df_{AB*\text{被试}}$
3. 自变量的自由度 = 自变量水平 - 1
4. 交互作用的自由度 = 自变量A的自由度 * 自变量B的自由度
5. F检验的分母永远是误差项的均方
6. 自变量与被试自身的交互作用产生的影响是误差项

结果：

1. 2个主效应，1个交互作用
2. “主效应显著&自变量水平 > 2 ”，需要做事后检验。
3. 交互作用显著，需要做简单效应分析。



四、两因素混合设计的方差分析

1. 2个自变量A、B，A是被试间变量，B是被试内变量，水平数分别为a、b
2. $a \geq 2$ 、 $b \geq 2$
3. 该实验被描述为 $a*b$ 的实验
4. 组数=自变量A的水平数a
5. 实验处理数= $a*b$
6. $1 < \text{每个被试接受的处理数量} = b < a*b$



四、两因素混合设计的方差分析

7. 变异来源有2类5个:

- ✓ 被试之间的变异 $SS_{\text{被试间}}$
- ✓ 自变量A造成两组之间的变异 SS_A
- ✓ 两组被试内部的变异 $SS_{\text{被试}(A)}$
- ✓ 被试内变异 $SS_{\text{被试内}}$
- ✓ 自变量B的变异 SS_B
- ✓ 两变量的交互作用 SS_{A*B}
- ✓ B变量和被试之间的交互作用 $SS_{B*\text{被试}(A)}$

8. 观测值 = 群体均值 + 不同组被试的差异 + A变量影响 + B变量影响 + A*B影响 + B变量在不同组被试身上产生的差异



四、两因素混合设计的方差分析

两因素混合设计方差分析表

变异来源	平方和	自由度	均方	F	p
被试间	$SS_{\text{被试间}}$				
A因素	SS_A	$a-1$	MS_A	$MS_A / MS_{\text{被试(A)}}$	$< \text{ or } > \alpha$
被试(A)	$SS_{\text{被试(A)}}$	$a(n-1)$	$MS_{\text{被试(A)}}$		
被试间	$SS_{\text{被试内}}$				
B因素	SS_B	$b-1$	MS_B	$MS_B / MS_{B \times \text{被试(A)}}$	$< \text{ or } > \alpha$
A×B	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	$MS_{AB} / MS_{B \times \text{被试(A)}}$	$< \text{ or } > \alpha$
B×被试(A)	$SS_{B \times \text{被试(A)}}$	$(b-1)a(n-1)$	$MS_{B \times \text{被试(A)}}$		
总变异	SS_t	$N-1$			



四、两因素混合设计的方差分析

数据关系：

1. 总自由度 $df = N - 1$
2. $df_t = df_{\text{被试间}} + df_{\text{被试内}} = df_A + df_{\text{被试}(A)} + df_B + df_{AB} + df_{B * \text{被试}(A)}$
3. 自变量的自由度 = 自变量水平 - 1
4. 交互作用的自由度 = 自变量A的自由度 * 自变量B的自由度
5. F检验的分母永远是误差项的均方

结果：

1. 2个主效应，1个交互作用
2. “主效应显著&自变量水平 > 2”，需要做事后检验。
3. 交互作用显著，需要做简单效应分析。



五、事后检验

当主效应显著，而且自变量水平 > 2 ，即综合虚无假设被推翻，则需要对部分虚无假设进行验证。

检验方法：

- ✓ HSD检验法，又叫Tukey真实检验
- ✓ N - K检验，也称q检验
- ✓ Scheffé检验
- ✓ Duncan多距检验法
- ✓ LSD（费舍的最小显著差异法）

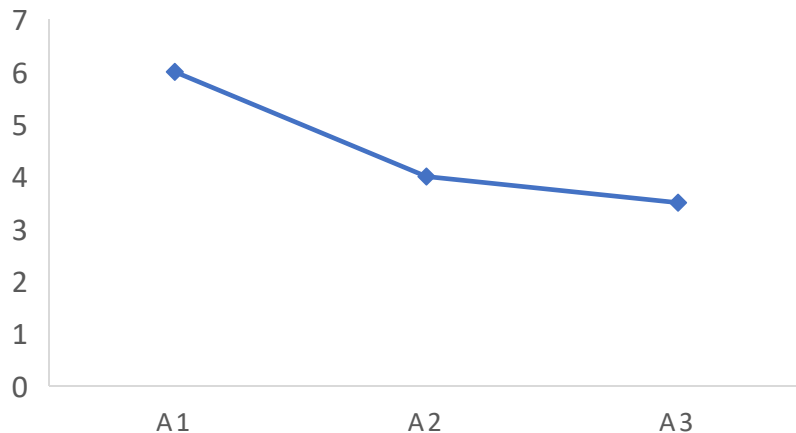


五、事后检验

事后检验结果的描述：

假设自变量有三个水平A1、A2、A3

示例：A1水平下的值明显高于A2水平下的值，A2和A3的值没有显著差异。





六、交互作用和简单效应分析

自变量的数量 n 决定了交互作用项的数量，即最多可能的交互作用数量。

$$2^n - n - 1$$

2个自变量：1

3个自变量：4

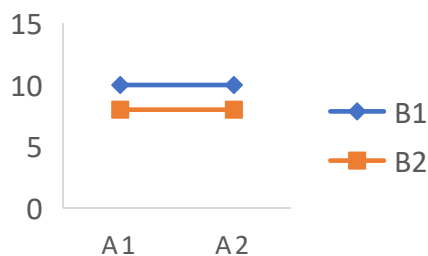
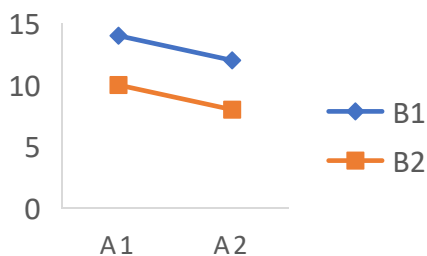
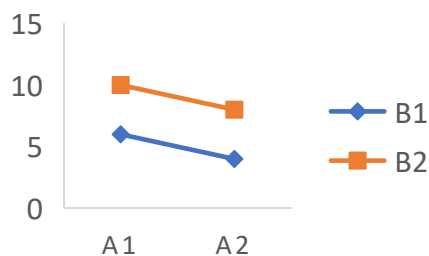
4个自变量：11



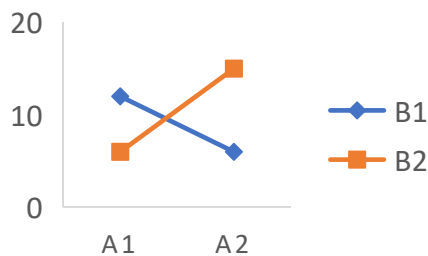
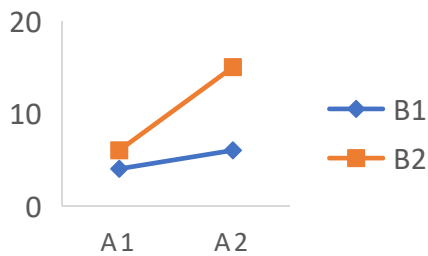
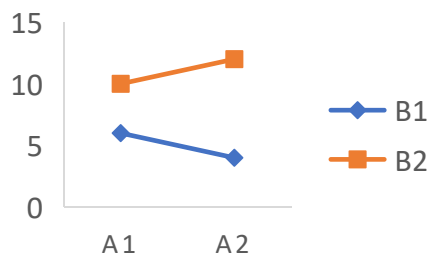
六、交互作用和简单效应分析

交互作用的可能情况：

➤ 没有交互作用



➤ 有交互作用





六、交互作用和简单效应分析

简单效应分析就是在交互作用显著之后，发现交互作用的的具体表现，即b变量在a1、a2上的表现，或者a变量在b1、b2上的表现。

示例：在a1水平上，b1和b2没有造成任何差异；在a2水平上，b1的带来的提高显著大于b2。



七、效果量

效果量是测量自变量效果的量数，反应自变量和因变量的关联程度。

常用计算：
$$d = \frac{\bar{x}_{\text{实验组}} - \bar{x}_{\text{对照组}}}{S_{\text{对照组}}}$$



八、协方差分析

协变量：在实验设计阶段难以控制或无法控制的、但却对因变量产生影响的变量。

一般是线性变量，和因变量存在线性关系且这种线性关系在自变量的各个水平上是一致的。

协方差分析是在扣除协变量的影响后进行的方差分析，是把线性回归分析和方差分析结合在一起的事后统计分析方法。

协方差分析是一种常用的统计控制方法，是实验控制的一种辅助手段。经过这种矫正，实验误差将减小，对实验处理效应估计更为准确。



真题演练

对两个相关样本的均数差异进行检验时，可以采用（ ）。 （多选）
(华中师大, 2017)

- A. 方差分析
- B. 相关分析
- C. 独立样本t检验
- D. 配对样本t检验

在一个 3×3 的实验设计中，存在的交互作用（ ）。有 (312, 2008)

- A. 1个
- B. 3个
- C. 6个
- D. 9个



真题演练

对两个相关样本的均数差异进行检验时, 可以采用 ()。(多选)
(华中师大, 2017)

- A. 方差分析
- B. 相关分析
- C. 独立样本t检验
- D. 配对样本t检验

答案: AD

在一个 3×3 的实验设计中, 存在的交互作用 ()。有 (312, 2008)

- A. 1个
- B. 3个
- C. 6个
- D. 9个



真题演练

对两个相关样本的均数差异进行检验时，可以采用（ ）。 （多选）
(华中师大, 2017)

- A. 方差分析
- B. 相关分析
- C. 独立样本t检验
- D. 配对样本t检验

答案：AD

在一个 3×3 的实验设计中，存在的交互作用（ ）。有 (312, 2008)

- A. 1个
- B. 3个
- C. 6个
- D. 9个

答案：A



真题演练

假设方差分析的结果表明不同的经济收入（高、中、低）家庭的小孩的创造力水平有差异，现在想知道究竟在哪些收入水平家庭之间有差异，应采用（ ）。 （中国科学院大学，2016）

- A. 简单效应分析
- B. 协方差分析
- C. 事后多重比较
- D. t检验

方差分析中， $F_{(2,22)} = 1$ ，那么检验结果是（ ）。 （华南师大，2015）

- A. 不显著
- B. 显著
- C. 查表才能确定
- D. 不可能出现这样的结果



真题演练

假设方差分析的结果表明不同的经济收入（高、中、低）家庭的小孩的创造力水平有差异，现在想知道究竟在哪些收入水平家庭之间有差异，应采用（ ）。 （中国科学院大学，2016）

- A. 简单效应分析
- B. 协方差分析
- C. 事后多重比较
- D. t检验

答案：C

方差分析中， $F_{(2,22)} = 1$ ，那么检验结果是（ ）。 （华南师大，2015）

- A. 不显著
- B. 显著
- C. 查表才能确定
- D. 不可能出现这样的结果



真题演练

假设方差分析的结果表明不同的经济收入（高、中、低）家庭的小孩的创造力水平有差异，现在想知道究竟在哪些收入水平家庭之间有差异，应采用（ ）。 （中国科学院大学，2016）

- A. 简单效应分析
- B. 协方差分析
- C. 事后多重比较
- D. t检验

答案：C

方差分析中， $F_{(2,22)} = 1$ ，那么检验结果是（ ）。 （华南师大，2015）

- A. 不显著
- B. 显著
- D. 查表才能确定
- D. 不可能出现这样的结果

答案：A



真题演练

对一个 2×3 被试内实验结果进行统计分析，能得到的信息有（ ）。

(多选) (312, 2017)

- A. 主效应
- B. 简单主效应
- C. 被试间误差
- D. 交互作用

下列关于效果量的表述，错误的是（ ）。 (312, 2013)

- A. 效果量是 H_1 不为真的程度
- B. 效果量提供了差异大小的信息
- C. 效果量是实验处理的效应大小
- D. 效果量反应自变量与因变量关系的程度



真题演练

对一个 2×3 被试内实验结果进行统计分析，能得到的信息有（ ）。

(多选) (312, 2017)

- A. 主效应
- B. 简单主效应
- C. 被试间误差
- D. 交互作用

答案：ABD

下列关于效果量的表述，错误的是（ ）。 (312, 2013)

- A. 效果量是 H_1 不为真的程度
- B. 效果量提供了差异大小的信息
- C. 效果量是实验处理的效应大小
- D. 效果量反应自变量与因变量关系的程度

答案：A



真题演练

下列关于随机区组设计的说法，错误的是（ ）。（华南师大，2017）

- A. 将被试按照某些特质分为不同的区组，组内的被试尽量同质
- B. 同一被试可以重复接受多种实验处理
- C. 对被试变量的控制比完全随机化设计好
- D. 随机区组设计也属于被试间设计



真题演练

下列关于随机区组设计的说法，错误的是（ ）。 （华南师大，2017）

- A. 将被试按照某些特质分为不同的区组，组内的被试尽量同质
- B. 同一被试可以重复接受多种实验处理
- C. 对被试变量的控制比完全随机化设计好
- D. 随机区组设计也属于被试间设计

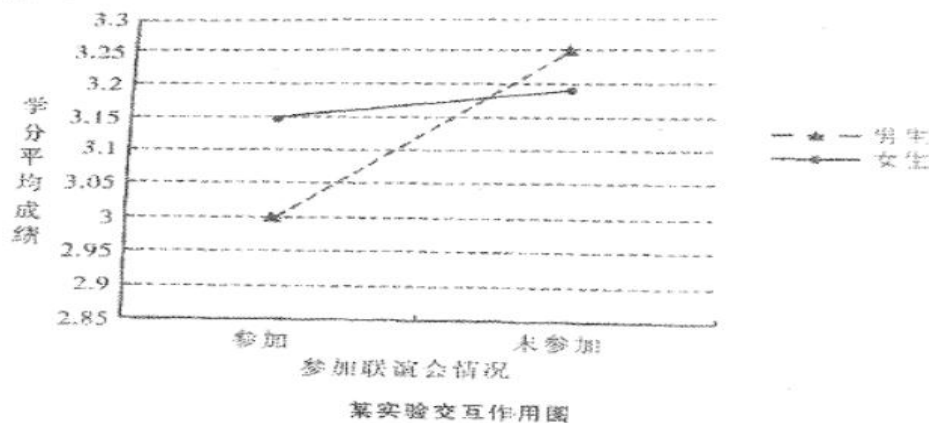
答案：B



真题演练

下图是对某一实验结果进行方差分析后的交互效应图，根据图示所提供的信息，可以判断（ ）。（多选）（江师大，2018）

- A. 是否参加联谊会可能会影响到男生的学分平均成绩
- B. 整个方差分析过程中有可能需要事后多重比较
- C. 该实验是一个三因素实验设计
- D. 在进行整体方差分析时，需要考查两个主效应和一个交互作用
- E. 该实验中的交互作用具有统计学意义



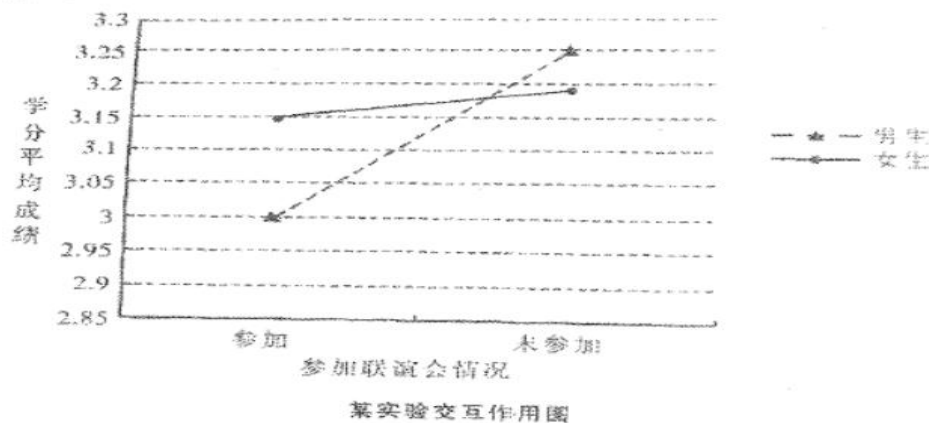


真题演练

下图是对某一实验结果进行方差分析后的交互效应图，根据图示所提供的信息，可以判断（ ）。（多选）（江师大，2018）

- A. 是否参加联谊会可能会影响到男生的学分平均成绩
- B. 整个方差分析过程中有可能需要事后多重比较
- C. 该实验是一个三因素实验设计
- D. 在进行整体方差分析时，需要考查两个主效应和一个交互作用
- E. 该实验中的交互作用具有统计学意义

答案：AD





真题演练

在一项眼动研究中，呈现不同特征的人脸图片（正面、侧面；斜视、直视）来考察被试对这些图片的注视特点。每种实验条件单独为一个实验单元，每一个实验单元包含64个试次，每个被试共完成256个试次。实验结果如下图所示。方差分析表明，各因素的主效应显著，其中一个因素的方差分析结果为 $F(1,15) = 20.598, p < 0.001$ ；因素之间的交互作用显著。请回答下列问题：
(312, 2016)

(2) 指出该研究中的因素和水平，以及使用的被试数量。



真题演练

在一项眼动研究中，呈现不同特征的人脸图片（正面、侧面；斜视、直视）来考察被试对这些图片的注视特点。每种实验条件单独为一个实验单元，每一个实验单元包含64个试次，每个被试共完成256个试次。实验结果如下图所示。方差分析表明，各因素的主效应显著，其中一个因素的方差分析结果为 $F(1,15) = 20.598$, $p < 0.001$ ；因素之间的交互作用显著。请回答下列问题：
(312, 2016)

(2) 指出该研究中的因素和水平，以及使用的被试数量。

解：分母自由度是 $(a-1)(n-1) = (2-1)(n-1) = 15$, $n = 16$



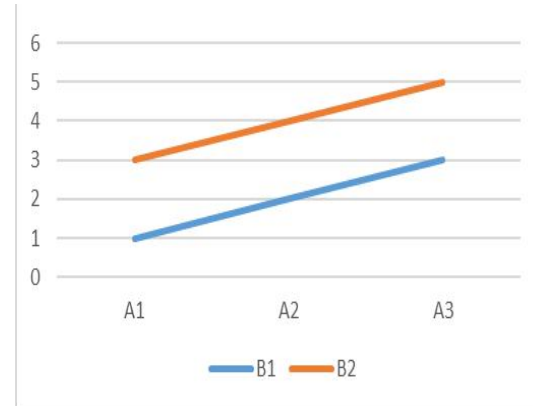
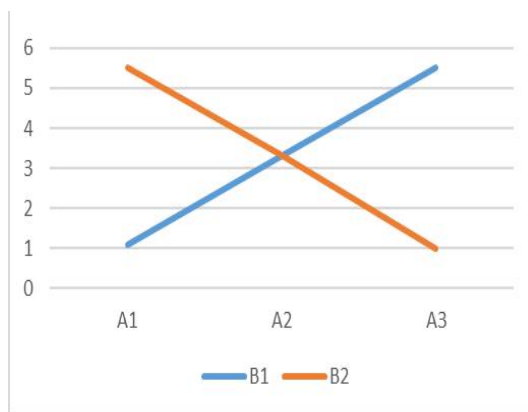
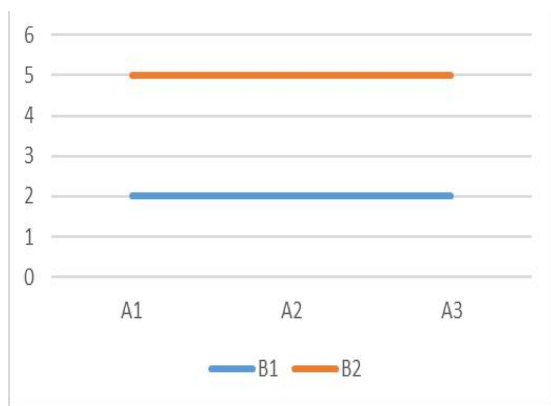
真题演练

一个双因素实验，其中变量A具有3个水平，变量B具有2个水平。

(312, 2018)

(1) 请画线形图表示变量B存在主效应、变量A不存在主效应，且两个变量之间不存在交互作用。

(2) 请画线形图表示变量A和B均不存在主效应，但两个变量之间存在交互作用。





真题演练

请围绕“如何增强初中生的学习动机”这一问题设计一项心理学实验研究，要求实验设计必须是两因素混合设计，设计方案中明确研究目的、研究假设、被试选取、实验材料、实验程序、结果预期等内容，并给出模拟的描述统计表和推断统计表。（华南师大，2016）

THANKS

- 期待下次相遇 -



高途学院APP下载



高途学院公众号

