

心理统计学第四讲

讲师

司马紫衣



高途学院APP下载



高途学院公众号





第八章 参数估计



概览

- ◆ 点估计（选择、名词解释）
- ◆ 区间估计（选择、名词解释）



本章结构





一、点估计

（一）参数估计

在研究中获得一组样本数据后，如何通过这组数据，对总体特征进行估计，也就是如何从局部结果推论总体的情况，称为**总体参数估计**。



一、点估计

（二）点估计

用单一的数值对总体的未知参数进行估计，即用**样本统计量**来估计**总体参数**。

评价：

能够提供总体参数的精确估计值；

可信度不高。



一、点估计

(三) 良好估计量的标准

设 x 是估计量, y 是被估计的参数, n 是样本容量, N 抽样次数或者样本次数

无偏性: $(\sum x)/N - y = 0$

有效性: $S_{x1} < S_x$ 其他

一致性: 当 $n \rightarrow \infty$, $x \rightarrow y$

充分性: x 的计算会使用样本中的每一个值

总体均值 μ 的良好点估计—— \bar{x}

总体标准差 σ 的良好点估计—— S_{n-1}



二、区间估计

(一) 含义

用数轴上的一段距离表示未知参数可能落入的范围。

评价：

在点估计的基础上，不仅给出一个估计范围，还能说明估计结果的把握程度（正确率）；

精确度不高。

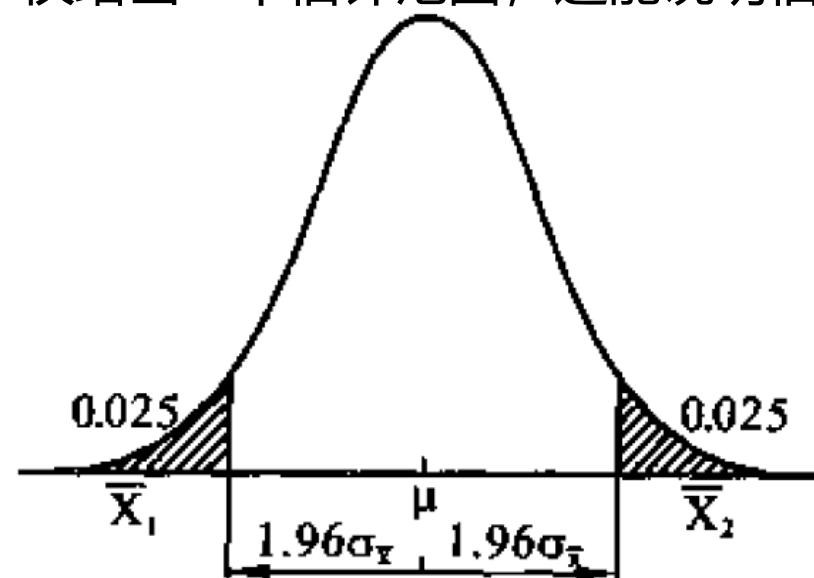


图 7-3 置信度示意图



二、区间估计

(二) 显著性水平和置信水平

1. 显著性水平 α

我们认为总体参数会落在某一区间，这个判断犯错误的概率，用 α 表示。

2. 置信水平 $1 - \alpha$

又称置信度，即估计的正确率，用 $1 - \alpha$ 表示。

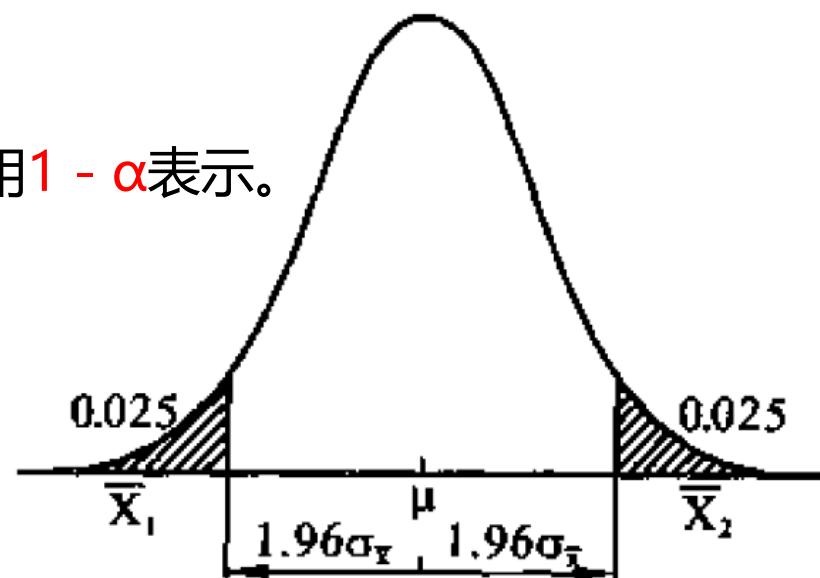


图 7-3 置信度示意图



二、区间估计

(三) 置信区间

在某一置信水平下，总体参数所在的区域距离或长度。

影响置信区间的因素包括：

- ①样本容量n：n越大，标准误越小，置信区间越窄。
- ②置信水平：置信水平越大，置信区间越宽。
- ③总体方差/样本方差

数据变异性越大，对于相同置信度，
置信区间越宽。

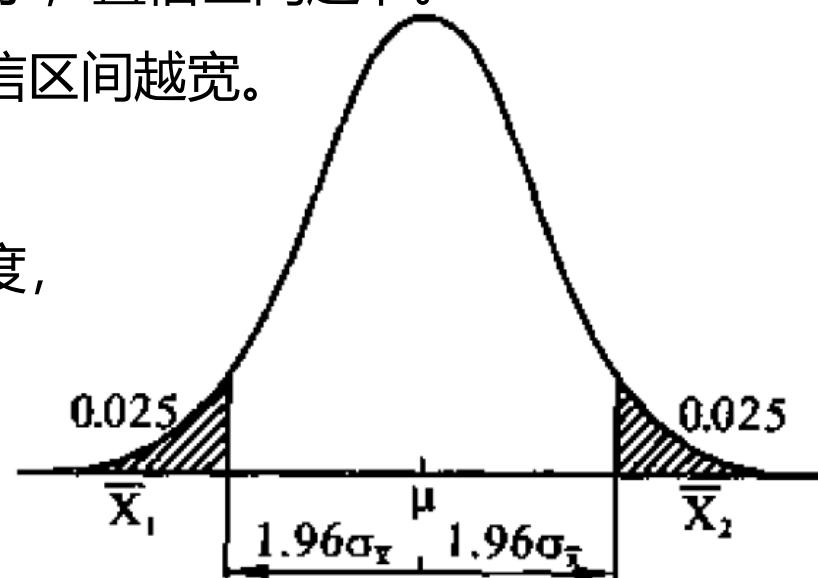


图 7-3 置信度示意图



二、区间估计

(三) 置信区间

原理：依据**样本分布理论**，利用样本分布提供概率解释，以标准误的大小决定区间估计的长度。

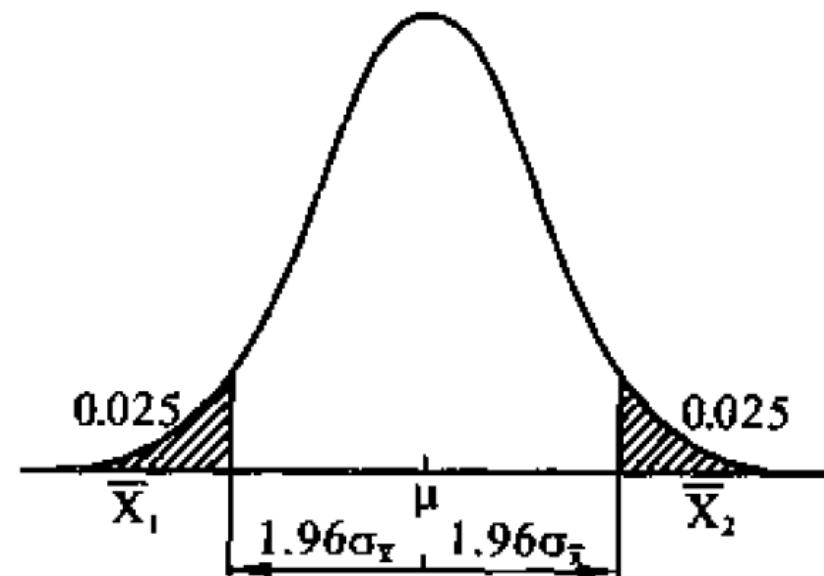


图 7-3 置信度示意图



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

当样本容量一定时，置信区间的宽度（ ）。 (312, 2013)

- A. 随着显著性水平 α 的增大而增大
- B. 随着显著性水平 α 的增大而减小
- C. 与显著性水平 α 无关
- D. 与显著性水平 α 的平方根成正比



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

当样本容量一定时，置信区间的宽度（ ）。 (312, 2013)

- A. 随着显著性水平 α 的增大而增大
- B. 随着显著性水平 α 的增大而减小
- C. 与显著性水平 α 无关
- D. 与显著性水平 α 的平方根成正比

答案：B



真题演练

假定正常人情绪稳定性近似服从正态分布，某研究者拟根据3000正常人的情绪稳定性数据制定95%正常值范围，但计算时用了求99%置信区间的公式，产生的结果是（ ）。 (312, 2018)

- A. 提高了精确度
- B. 降低了精确度
- C. 该指标异常者容易被判为正常
- D. 该指标正常者容易被判为异常

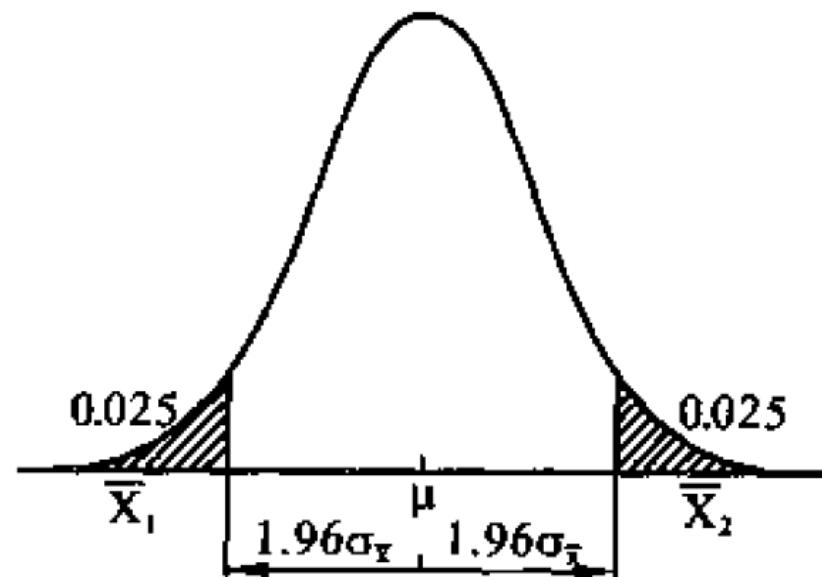


图 7-3 置信度示意图



真题演练

假定正常人情绪稳定性近似服从正态分布，某研究者拟根据3000正常人的情绪稳定性数据制定95%正常值范围，但计算时用了求99%置信区间的公式，产生的结果是（ ）。 (312, 2018)

- A. 提高了精确度
- B. 降低了精确度
- C. 该指标异常者容易被判为正常
- D. 该指标正常者容易被判为异常

答案：C

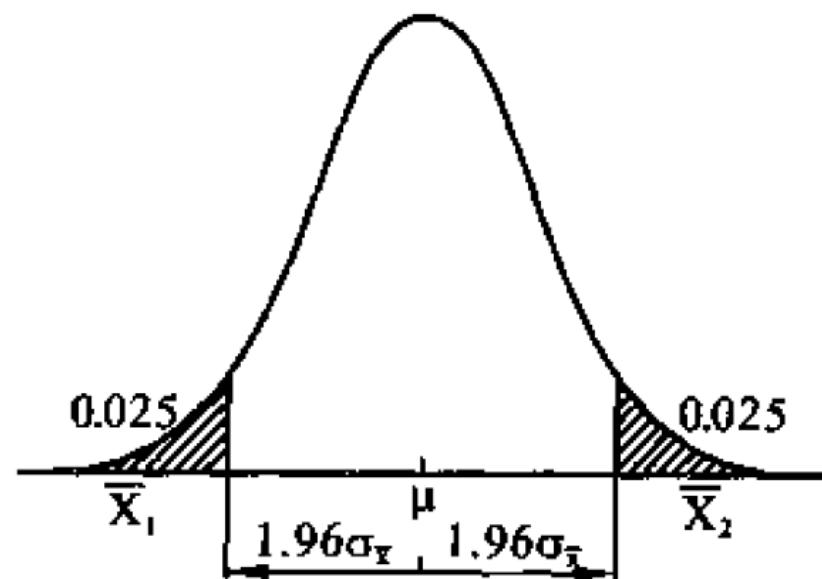


图 7-3 置信度示意图



三、总体平均数的估计

1. 总体正态，总体方差已知，均值的样本分布呈现正态

$$\text{标准误: } SE_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{区间估计: } \bar{X} - Z_{\alpha/2} SE_{\bar{X}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} SE_{\bar{X}}$$

2. 总体非正态，总体方差已知，大样本容量($n > 30$)，均值的样本分布呈现近似正态

$$\text{标准误: } SE_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\text{区间估计: } \bar{X} - Z_{\alpha/2} SE_{\bar{X}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} SE_{\bar{X}}$$



三、总体平均数的估计

3. 总体正态，总体方差未知，均值的样本分布呈现t分布， $df=n-1$

标准误： $SE_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n-1}} = \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$

区间估计： $\bar{X} - t_{\alpha/2}SE_{\bar{X}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2}SE_{\bar{X}}$

4. 总体非正态，总体方差未知，大样本容量($n>30$)，均值的样本分布呈现近似t分布， $df=n-1$

标准误： $SE_{\bar{X}} = \frac{s}{\sqrt{n-1}} = \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}}$

区间估计： $\bar{X} - t_{\alpha/2}SE_{\bar{X}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2}SE_{\bar{X}}$



四、两总体方差之比的估计

两样本方差的比值服从F分布

$$F = \frac{S_{n_1-1}^2 / \sigma_1^2}{S_{n_2-1}^2 / \sigma_2^2} \quad df_{\text{分子}} = n_1 - 1 \quad df_{\text{分母}} = n_2 - 1$$

$$\text{区间估计: } \frac{1}{F_{\alpha/2}} \times \frac{S_{n_1-1}^2}{S_{n_2-1}^2} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < F_{\alpha/2} \times \frac{S_{n_1-1}^2}{S_{n_2-1}^2}$$

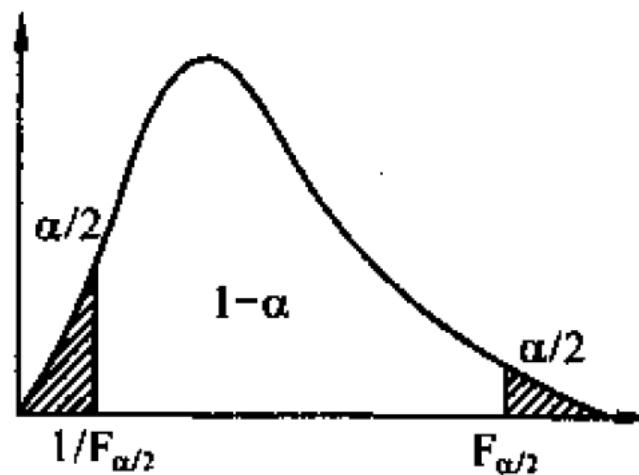


图 7-5 F 的双侧概率



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

假定某门学科的测验成绩分布为正态分布，从某一学区随机抽取的65名考生的平均分为74，标准差为8。

根据本次测验成绩，该测验分数的平均数的标准误是（ ）。 (312, 2018)

A. $\frac{8}{\sqrt{65-1}}$

B. $\frac{8}{\sqrt{74-1}}$

C. $\frac{74}{\sqrt{65}}$

D. $\frac{65}{\sqrt{74}}$

该学区所有考生平均成绩的99%的置信区间是（ ）。 (312, 2018)

A. 73.20 ~ 74.80

B. 72.04 ~ 75.96

C. 72.36 ~ 75.64

D. 71.42 ~ 76.58



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

假定某门学科的测验成绩分布为正态分布，从某一学区随机抽取的65名考生的平均分为74，标准差为8。

根据本次测验成绩，该测验分数的平均数的标准误是（ ）。 (312, 2018)

A. $\frac{8}{\sqrt{65-1}}$

B. $\frac{8}{\sqrt{74-1}}$

C. $\frac{74}{\sqrt{65}}$

D. $\frac{65}{\sqrt{74}}$

答案：A

该学区所有考生平均成绩的99%的置信区间是（ ）。 (312, 2018)

A. 73.20 ~ 74.80

B. 72.04 ~ 75.96

C. 72.36 ~ 75.64

D. 71.42 ~ 76.58



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

假定某门学科的测验成绩分布为正态分布，从某一学区随机抽取的65名考生的平均分为74，标准差为8。

根据本次测验成绩，该测验分数的平均数的标准误是（ ）。 (312, 2018)

A. $\frac{8}{\sqrt{65-1}}$

B. $\frac{8}{\sqrt{74-1}}$

C. $\frac{74}{\sqrt{65}}$

D. $\frac{65}{\sqrt{74}}$

答案：A

该学区所有考生平均成绩的99%的置信区间是（ ）。 (312, 2018)

A. 73.20 ~ 74.80

B. 72.04 ~ 75.96

C. 72.36 ~ 75.64

D. 71.42 ~ 76.58

答案：D



随机抽取一个样本容量为100的样本，其均值=80，标准差 $s=10$ ，所属总体均值 μ 的95%的置信区间是（ ）。 (312, 2012)

- A. [78.04, 81.96]
- B. [60.40, 99.60]
- C. [76.08, 83.92]
- D. [79.80, 80.20]

当样本容量增大1倍时，总体平均数的置信区间长度会（ ）。 (312, 2016.)

- A. 扩大1倍
- B. 缩小1倍
- C. 扩大1.414倍
- D. 缩小1.414倍



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

随机抽取一个样本容量为100的样本，其均值=80，标准差 $s=10$ ，所属总体均值 μ 的95%的置信区间是（ ）。 (312, 2012)

- A. [78.04, 81.96]
- B. [60.40, 99.60]
- C. [76.08, 83.92]
- D. [79.80, 80.20]

答案：A

当样本容量增大1倍时，总体平均数的置信区间长度会（ ）。 (312, 2016.)

- A. 扩大1倍
- B. 缩小1倍
- C. 扩大1.414倍
- D. 缩小1.414倍



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

随机抽取一个样本容量为100的样本，其均值=80，标准差 $s=10$ ，所属总体均值 μ 的95%的置信区间是（ ）。 (312, 2012)

- A. [78.04, 81.96]
- B. [60.40, 99.60]
- C. [76.08, 83.92]
- D. [79.80, 80.20]

答案：A

当样本容量增大1倍时，总体平均数的置信区间长度会（ ）。 (312, 2016.)

- A. 扩大1倍
- B. 缩小1倍
- C. 扩大1.414倍
- D. 缩小1.414倍

答案：D



第九章 假设检验

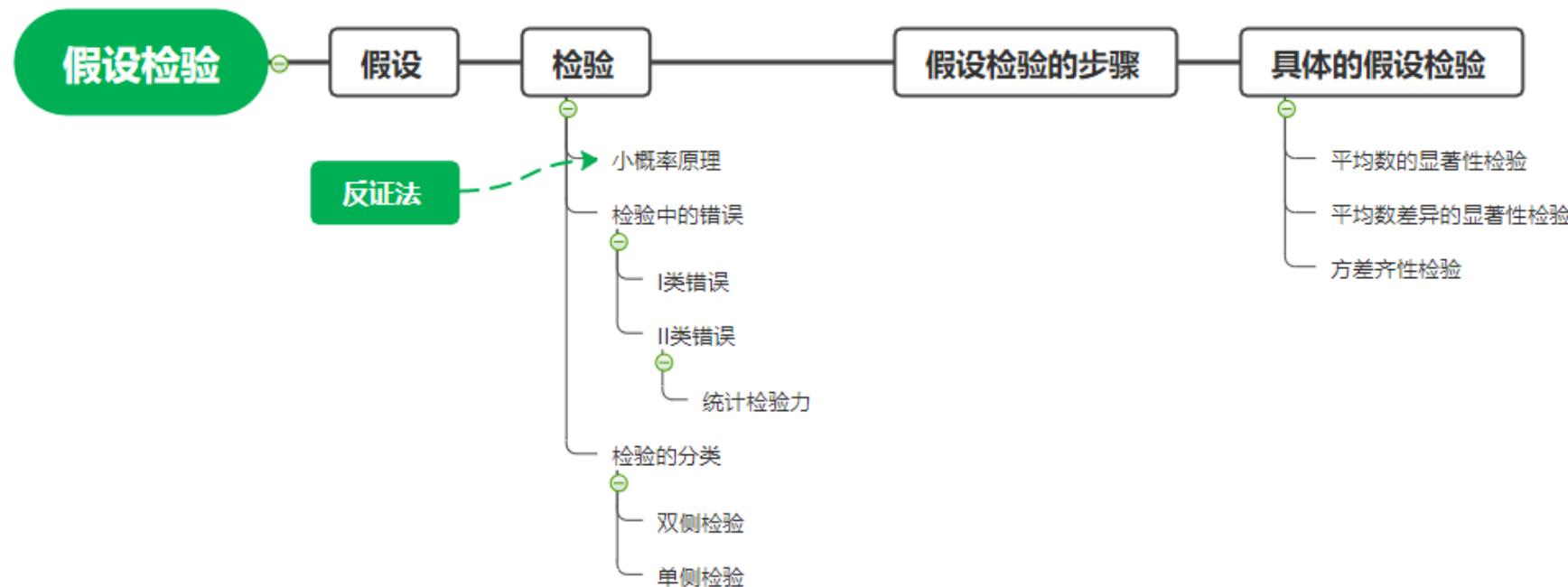


概览

- ◆ 假设检验的原理（选择、名词解释、简答）
- ◆ 平均数的显著性检验（单选、简答）
- ◆ 平均数差异的显著性检验（单选、简答、综合）
- ◆ 方差齐性检验（单选、简答）



本章结构





一、假设检验的原理

（一）假设检验的概念

对总体的参数或者分布形态作出一个假设，然后利用样本的信息来判断假设是否合理，从而决定是否接受所做出的假设。

参数检验：总体形态已知，需要对总体的未知参数进行检验。

非参数检验：对总体分布形态所知较少，对未知分布函数的形式及其他特征进行检验。



一、假设检验的原理

(二) 假设

H1: 希望得到证实的假设，又称备择假设、研究假设、科学假设或对立假设。

H0: 直接被检验的假设，又称虚无假设、无差假设、零假设或原假设。

已知某高中历年高考的语文成绩符合正态分布， $\mu_0=100$ ， $\sigma=15$ 。今年高考语文的平均分 $\mu_1=105$ 。请问今年语文成绩是否与往年有差异。

$$H1: \mu_1 \neq \mu_0$$

$$H0: \mu_1 = \mu_0$$



一、假设检验的原理

(三) 反证法

为了检验 H_1 ，首先需要假设 H_0 为真。

若出现“不合理现象”，则不能接受 H_0 ，转而接受 H_1 ；

若没有出现不合理现象，接受 H_0 ，拒绝 H_1 。



一、假设检验的原理

(四) 小概率事件

在心理学的实验中，“不合理现象”指小概率事件在一次试验中发生了。

通常将发生概率不超过0.05或0.01的事件称为“小概率事件”。

我们将这个概率称为显著性水平，
并用 α 表示。

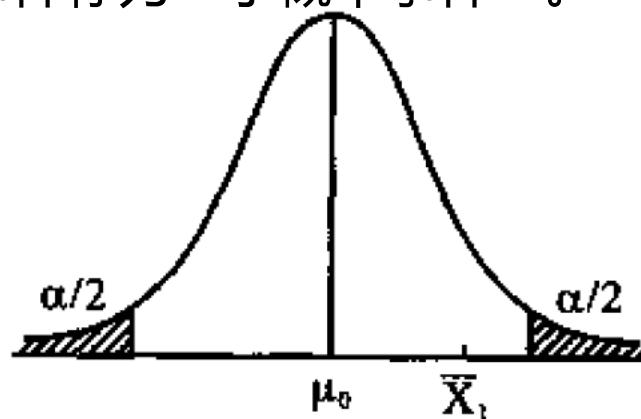


图 8-1 假设原理示意图

结合反证法，则表述为：

如果某个事件的发生概率不超过0.05或0.01，则拒绝 H_0 ，接受 H_1 ；
如果某个事件的发生概率超过0.05或0.01，则接受 H_0 ，拒绝 H_1 。



一、假设检验的原理

(五) 两类错误

I型错误：当 H_0 正确时，我们拒绝了 H_0 时所犯的错误，也叫 α 错误、弃真错误，其概率为 α ；指研究者得出了处理有效应的结论，而实际上并没有效果，即所谓的“无中生有”。

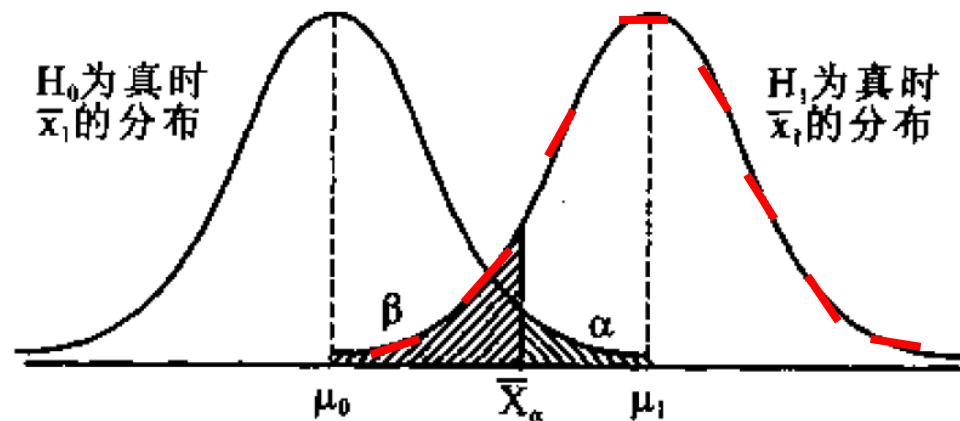
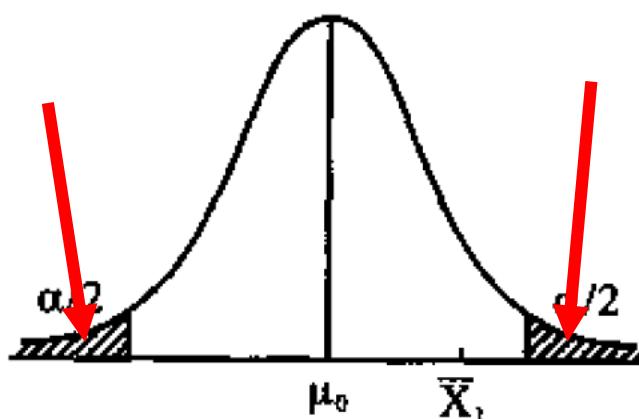


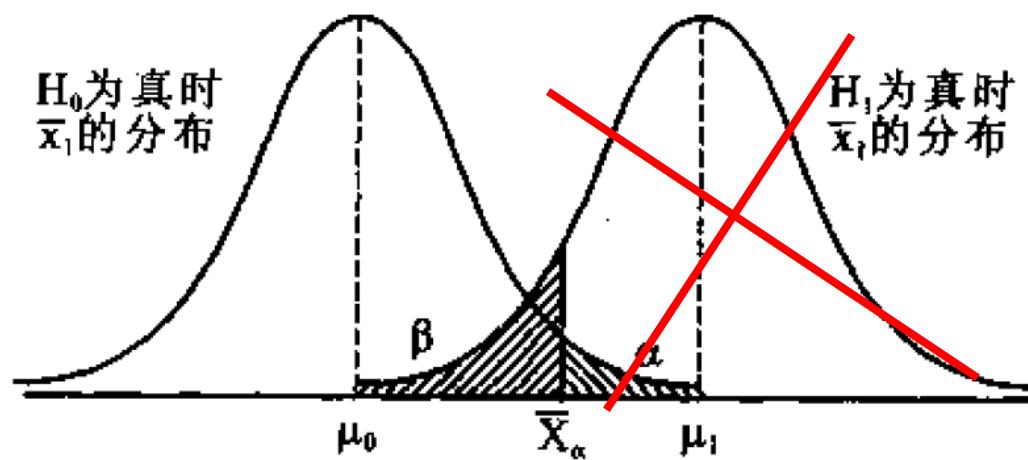
图 8-1 假设原理示意图



一、假设检验的原理

(五) 两类错误

II型错误：当H1正确 (H0错误) 时，我们拒绝了H1 (接受H0) 时所犯的错误，也叫 β 错误、取伪错误，其概率为 β ；指假设检验未能侦查到实际存在的处理效应，即所谓的“失之交臂”。

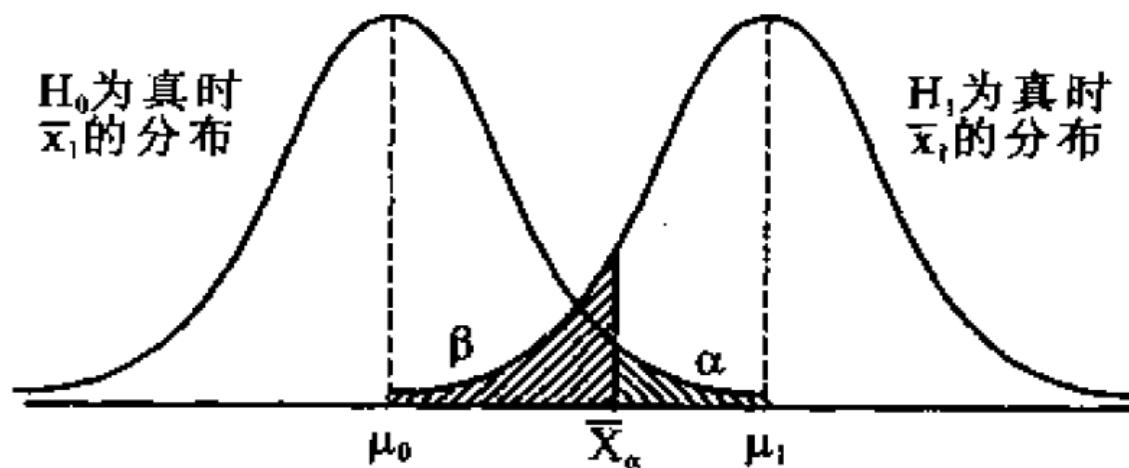




一、假设检验的原理

(六) 两类错误的关系

- (1) 因为 α 与 β 是在两个相互对立的前提下的概率，所以 $\alpha + \beta \neq 1$ 。
- (2) 在其他条件不变的情况下， α 与 β 不可能同时减小或增大。

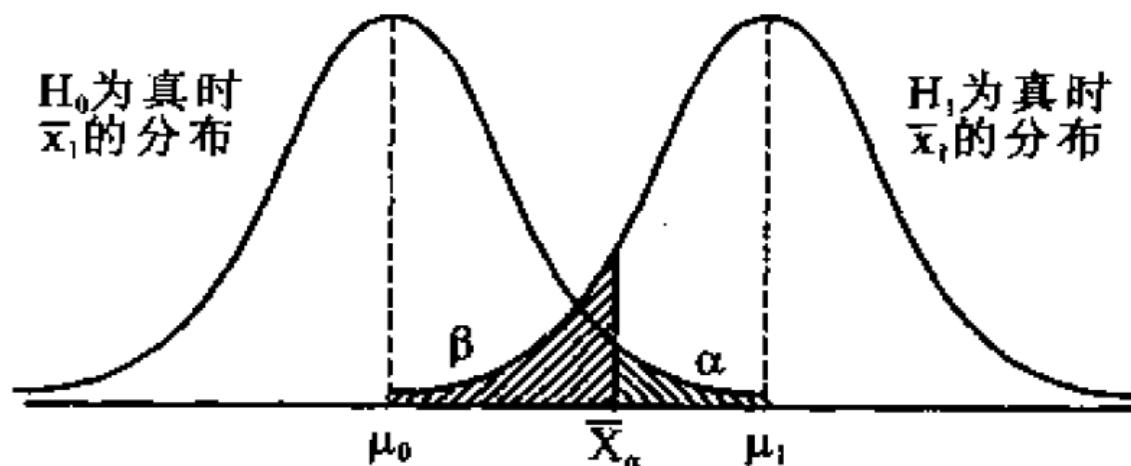




一、假设检验的原理

(七) 统计检验力

指某个检验能够正确拒绝一个错误的虚无假设 (H_0) 的概率，它反映着正确辨认真实差异的能力，统计学中用 $(1 - \beta)$ 来表示。





一、假设检验的原理

(七) 统计检验力

影响因素：

- ① **处理效应**：处理效应越明显，越容易被检测到，统计检验力越大。
- ② **显著性水平 α** ： α 增大，则 β 相应减小，所以 $(1 - \beta)$ 增大，即拒绝虚无假设的概率增大，统计检验力就越大。
- ③ **检验的方向性**：单侧检验的统计检验力要高于双侧检验。
- ④ **样本容量**：样本容量越大，标准误就越小，样本分布均值越集中，统计检验力就越大。



一、假设检验的原理

(八) 两类检验

1. 单侧检验：

强调某一方向的检验，如是否显著“大于”、“优于”等。如：

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_0$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_0$$

2. 双侧检验

只强调差异不强调方向性的检验，如是否有显著差异。如：

$$H_0: \mu_1 = \mu_0$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_0$$



研究者在不同研究中提出了以下的部分假设，正确的是（ ）。(华东师大，2017)

- A. H_1 : 班级中男女及格率相等
- B. H_0 : 动机水平与学习能力正相关
- C. H_0 : 班级中男生平均身高不低于女性
- D. H_1 : 城乡居民的平均收入无差异



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

研究者在不同研究中提出了以下的部分假设，正确的是（ ）。(华东师大，2017)

- A. H_1 : 班级中男女及格率相等
- B. H_0 : 动机水平与学习能力正相关
- C. H_0 : 班级中男生平均身高不低于女性
- D. H_1 : 城乡居民的平均收入无差异

答案：C



根据样本数据推断总体时，如果虚无假设正确，但被拒绝。这类错误被称为（ ）。 (312, 2007)

- A. α 型错误
- B. β 型错误
- C. H_0 型错误
- D. H_1 型错误

在癌症检查中，若采用统计的方法建立虚无假设 H_0 ，则以下哪种情况最为危险（ ）。 (首师大, 2014)

- A. H_0 为真且被接受
- B. H_0 为真但被拒绝
- C. H_0 为假但被接受
- D. H_0 为假且被拒绝



根据样本数据推断总体时，如果虚无假设正确，但被拒绝。这类错误被称为（ ）。 (312, 2007)

- A. α 型错误
- B. β 型错误
- C. H_0 型错误
- D. H_1 型错误

答案：A

在癌症检查中，若采用统计的方法建立虚无假设 H_0 ，则以下哪种情况最为危险（ ）。 (首师大, 2014)

- A. H_0 为真且被接受
- B. H_0 为真但被拒绝
- C. H_0 为假但被接受
- D. H_0 为假且被拒绝



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

根据样本数据推断总体时，如果虚无假设正确，但被拒绝。这类错误被称为（ ）。 (312, 2007)

- A. α 型错误
- B. β 型错误
- C. H_0 型错误
- D. H_1 型错误

答案：A

在癌症检查中，若采用统计的方法建立虚无假设 H_0 ，则以下哪种情况最为危险（ ）。 (首师大, 2014)

- A. H_0 为真且被接受
- B. H_0 为真但被拒绝
- C. H_0 为假但被接受
- D. H_0 为假且被拒绝

答案：C



为检验某样本来自的总体比例是否小于0.4，检验假设为 $H_0: \pi \geq 0.4$ ， $H_1: \pi < 0.4$ ，统计功效是0.8。下列说法正确的是（ ）。 (312, 2015)

- A. I型错误的概率是0.8
- B. II型错误的概率是0.8
- C. H_0 不为真时，没有拒绝 H_0 的概率是0.2
- D. H_0 为真时，没有拒绝 H_1 的概率是0.2



为检验某样本来自的总体比例是否小于0.4，检验假设为 $H_0: \pi \geq 0.4$ ， $H_1: \pi < 0.4$ ，统计功效是0.8。下列说法正确的是（ ）。 (312, 2015)

- A. I型错误的概率是0.8
- B. II型错误的概率是0.8
- C. H_0 不为真时，没有拒绝 H_0 的概率是0.2
- D. H_0 为真时，没有拒绝 H_1 的概率是0.2

答案：C



影响统计功效的因素有（ ）。 (312, 2016) (多选)

- A. 处理效应大小
- B. 显著性水平的设定
- C. 检验的方向性
- D. 样本容量

假设检验中，检验力是指以下哪种情况下的概率（ ）。 (华中师大, 2017)

- A. 当零假设正确时，拒绝零假设
- B. 当零假设错误时，未拒绝零假设
- C. 当备择假设正确时，拒绝零假设
- D. 当备择假设不正确时，未拒绝零假设



影响统计功效的因素有（ ）。 (312, 2016) (多选)

- A. 处理效应大小
- B. 显著性水平的设定
- C. 检验的方向性
- D. 样本容量

答案：ABCD

假设检验中，检验力是指以下哪种情况下的概率（ ）。 (华中师大, 2017)

- A. 当零假设正确时，拒绝零假设
- B. 当零假设错误时，未拒绝零假设
- C. 当备择假设正确时，拒绝零假设
- D. 当备择假设不正确时，未拒绝零假设



影响统计功效的因素有（ ）。 (312, 2016) (多选)

- A. 处理效应大小
- B. 显著性水平的设定
- C. 检验的方向性
- D. 样本容量

答案：ABCD

假设检验中，检验力是指以下哪种情况下的概率（ ）。 (华中师大, 2017)

- A. 当零假设正确时，拒绝零假设
- B. 当零假设错误时，未拒绝零假设
- C. 当备择假设正确时，拒绝零假设
- D. 当备择假设不正确时，未拒绝零假设

答案：C



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

单尾Z检验中， α 确定为0.01时，其统计决策的临界值为（ ）。 (312, 2014)

- A. 1.64
- B. 1.96
- C. 2.33
- D. 2.58

采用单侧或双侧检验是（ ）。 (北师大, 2015)

- A.事先确定的
- B.事后确定的
- C.无所谓的
- D.计算后确定的



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

单尾Z检验中， α 确定为0.01时，其统计决策的临界值为（ ）。 (312, 2014)

- A. 1.64
- B. 1.96
- C. 2.33
- D. 2.58

答案：C

采用单侧或双侧检验是（ ）。 (北师大, 2015)

- A.事先确定的
- B.事后确定的
- C.无所谓的
- D.计算后确定的



真题演练

高途考研 | 学习成就美好

单尾Z检验中， α 确定为0.01时，其统计决策的临界值为（ ）。 (312, 2014)

- A. 1.64
- B. 1.96
- C. 2.33
- D. 2.58

答案：C

采用单侧或双侧检验是（ ）。 (北师大, 2015)

- A.事先确定的
- B.事后确定的
- C.无所谓的
- D.计算后确定的

答案：A

THANKS

- 期待下次相遇 -



高途学院APP下载



高途学院公众号

